

V.1

LIVRET PÉDAGOGIQUE

Corpus
médiéval des
comptabilités
urbaines
ligériennes

Cor
me
cou
li



SOMMAIRE

3	Présentation
4	Objectifs
5	Mise en place
7	Règle du jeu
9	<i>Thème 1</i> : Acheter les provisions du banquet organisé en l'honneur des ambassadeurs de la ville de Metz en 1479
18	<i>Thème 2</i> : Préparer le spectacle du mystère de la fête de Noël pour le roi de France Charles VIII : vie de cour et festivités à Amboise en 1497
21	<i>Thème 3</i> : S'armer pour défendre la ville en 1418 : le siège de Tours
25	<i>Thème 4</i> : Habiller les troupes pour poursuivre la guerre contre les Anglais en 1429 : les suites du siège d'Orléans
29	<i>Thème 5</i> : Faire face aux malheurs du temps : inondations en 1481 et épidémie de peste en 1499
32	<i>Thème 6</i> : Tenir des comptes en 1429 : de l'achat des fournitures d'écriture aux calculs des comptes
37	<i>Thème 7</i> : Entretenir la propreté des rues : les amendes contre l'insalubrité en 1424
40	<i>Thème 8</i> : Organiser la vie religieuse et civique : les processions en 1427
43	<i>Annexes</i> : • L'écriture en chiffres Romains : les prérequis • Calcul, abaque, jetons • Monnaies réelles, monnaies de compte - tournois et parisis

PRÉSENTATION

Cette malle a été conçue dans le cadre d'un projet de recherche régional intitulé CorMéCoULi (Corpus Médiéval des comptabilités urbaines ligériennes).

Ce projet CorMéCoULi permet de valoriser un patrimoine régional méconnu : les comptabilités médiévales de quelques villes ligériennes (Orléans, Tours, Amboise) conservées en Région Centre-Val de Loire, pour les années 1350-1500. Ces pièces remarquables constituent un outil d'analyse de la gestion urbaine dans la France de la fin du Moyen Âge.

Elles ont été numérisées et analysées par une équipe d'archivistes municipaux et de chercheurs des laboratoires rattachés aux deux universités régionales (Tours et Orléans). Elles sont consultables au moyen d'une base de données accessible ici : <https://cormecouli.univ-tours.fr/>.

Dans ce contexte de recherches, une malle pédagogique à destination des élèves de 3^e cycle de l'enseignement.

Remerciements à tous les contributeurs de cette mallette pédagogique : Dominique Andrieu, Vincent Beck, Didier Boisseuil, Marc Bompaire, Pascal Chareille, Juliette Dumasy, Agnès Gateau, Samuel Leturcq, Perine Mane, Marc Moyon, Thomas Roy, Béatrice Saulnier, Sylviane Schwer.

OBJECTIFS

OBJECTIFS :

- Sensibiliser un jeune public à des documents médiévaux qu'ils soient écrits ou figurés et au thème des comptabilités médiévales ligériennes d'Amboise, Tours et Orléans (1350-1550)
- Valoriser la recherche et les métiers des scientifiques en histoire
- Valoriser le patrimoine en région Centre-Val de Loire
- Faire découvrir des pratiques et des outils comptables (comme l'abaque).

INTÉRÊT PÉDAGOGIQUE :

- Proposer des exercices de calcul dans un contexte historique

PUBLIC :

- La malle s'adresse aux élèves de cycle 3 et doit être proposée en animation avec leurs enseignants.

BUT DU JEU :

Les élèves doivent résoudre les énigmes mathématiques proposées sur les cartes à jouer.

DURÉE DU JEU :

La durée du jeu est prévue pour pouvoir s'adapter à différentes modalités. Le temps d'entrée dans l'activité étant relativement important (contexte historique,...), il est possible soit de passer un long temps sur l'activité (par exemple une demi-journée) soit des temps de travail plus brefs mais répétés (par exemple, résolution d'une carte exercice chaque jour).

COMPOSITION :

- Cartes questions (25 cartes en 4 exemplaires)
- Livre Parchemin (en 6 exemplaires)
- Livret enseignant (en 2 exemplaires)
- Abaque (Feuille A3 plastifiée en 25 exemplaires)
- Jetons pour calculer avec l'abaque (1 000 jetons)

MISE EN PLACE

INSTALLATION :

Vous avez le choix pour travailler avec toute la classe avec :

- la présentation du contexte historique
- la présentation historique des 8 thèmes
- la présentation des cartes-questions
- la présentation des indices à trouver dans le livre parchemin
- la présentation des comptabilités médiévales, des monnaies médiévales et des conversions, de l'utilisation de l'abaque
- enfin s'exercer en classe entière sur quelques exercices à résoudre avant une distribution des cartes à jouer.

ANIMATION :

- *Avant de commencer, contextualiser la période historique et présenter les huit thèmes :*

À la fin du Moyen Âge, les principales villes de la moyenne vallée de la Loire (Orléans, Amboise et Tours) avaient la possibilité de désigner des **édiles**, collecter des impôts et gérer un budget, destinés à assurer la défense et l'entretien de l'espace urbain. Elles devaient tenir une comptabilité scrupuleuse des **recettes** et des **dépenses** et produire avec soin des **registres des comptes**. Ces registres étaient examinés avec attention par une commission de contrôle composée d'experts dépêchés par le roi. Les experts devaient s'assurer notamment de la légitimité des dépenses – justifiées par la présentation **des mandements (ordres de paiement) et des quittances** – et surtout de la justesse des comptes. Ils devaient donc vérifier qu'il n'y avait pas d'erreurs de calcul.

Pour accomplir cette tâche, ils se réunissaient autour d'une table – appelée **tablier** – sur laquelle étaient disposées les pièces comptables à examiner (**registres, mandements, quittances...**), éventuellement les espèces monétaires disponibles et surtout un abaque. L'abaque était constitué d'un support avec des lignes et d'un ensemble de jetons. Pour calculer les sommes, il convenait de placer les jetons sur les lignes et de les déplacer en fonction des opérations de calcul à réaliser (sur le mode de fonctionnement de l'abaque, cf. *infra*).

Les dépenses et les recettes sont libellées en monnaies de compte : soit des livres (abrégé en l.), sous (abrégé en s.), deniers (abrégé en d.) tournois (abrégé en t.) ; soit des livres, sous, deniers parisis (abrégés en p.). Il y a 12 deniers dans un sous, 20 sous dans une livre, soit 240 deniers dans une livre.

MISE EN PLACE

- Vous pouvez prévoir un temps sur les connaissances historiques au Moyen-Age (prérequis) : noms de personnages ? de batailles ? d'événements ? de sites culturels ? noms d'armes ? la pauvreté ou les conditions d'hygiène au Moyen-Age ? ... et en fonction de leurs réponses, leurs imaginations, leur faire une petite présentation de ce qu'ils vont aborder durant ce jeu et notamment des différents thèmes : les sièges d'Orléans et de Tours, les cérémonies, et les conditions de vie au Moyen Âge.

Ainsi, les élèves participent et peuvent s'approprier le contexte historique du jeu.

ANIMATION :

- *Expliquer les règles du jeu aux élèves par une histoire :*

Imaginez-vous au Moyen Âge dans la vallée de la Loire dans une des grandes villes de la région Centre-Val de Loire : Amboise, Orléans ou Tours.

La vie au Moyen Âge est ponctuée d'événements : organiser un banquet, préparer la fête de Noël, s'armer pour défendre la ville, habiller les troupes de l'armée, faire face aux aléas climatiques, acheter des fournitures comptables, entretenir les rues d'une ville ou organiser la vie religieuse.

Votre défi ? Vous êtes les contrôleurs du roi et vous devez vérifier les comptes de la ville pour les présenter au roi.

Vous disposez d'indices dans le livre parchemin et d'une table de calcul de l'époque : un abaque.

Dans le livre parchemin, vous avez des extraits de manuscrits qui ont été traduits pour pouvoir les comprendre.

Vous pourrez seul ou à plusieurs remplir l'une des trois tâches des contrôleurs :

- lire les extraits de compte dans le livre parchemin,
- lire la question mathématique à laquelle il convient de répondre,
- effectuer le calcul (éventuellement à l'aide de l'abaque).

À vous de jouer !

RÈGLE DU JEU

Proposition d'animation avec 2 à 4 joueurs :

Le premier joueur présente le livre parchemin, ouvert sur la table.

Le deuxième joueur tire une fiche et lit la question.

Le troisième joueur dispose les jetons sur l'abaque.

Le quatrième joueur les déplace en fonction des opérations à mener.

L'ensemble des joueurs valide le calcul.

Après avoir répondu à la question, les joueurs changent de rôle.

NB 1 : en l'absence d'abaque, les troisième et quatrième joueurs procèdent au calcul à l'aide d'une feuille de papier.

NB 2 : lorsqu'il y a moins de joueurs, les tâches 1, 2, 3 et 4 sont réalisées par un même joueur.

Présentation des exercices :

Nous détaillons dans la suite de ce livret pédagogique les exercices un à un en indiquant différentes méthodes de résolution et en insistant sur les difficultés spécifiques de chacun des exercices. Ce paragraphe propose, quant à lui, une vision d'ensemble sur les exercices. L'aspect proportionnalité est omniprésent dans les exercices, nous avons donc choisi de séparer ce thème en plusieurs sous-rubriques.

Les thèmes mathématiques abordés dans les exercices sont les suivants : la numération choisie pour désigner les exercices est la suivante : en chiffre romain, le numéro du thème (I orange clair, II vert, III rouge, IV bleu, V violet, VI orange plus foncé, VII vert clair, VIII marron), le symbole chiffré qui suit désigne le numéro de la carte question (celui est matérialisé sur la carte question par le nombre de fleurs de lys en haut de la carte), enfin lorsqu'il y a un troisième chiffre, celui représente le numéro de l'exercice en question sur la carte s'il a une spécificité par rapport à un thème.

Thème

Carte question

Conversion : livres/sous/deniers

Tous les exercices mettent en jeu les conversions entre livres, sous et deniers ; l'exercice II.2 plus particulièrement. L'exercice V.3 peut servir d'introduction sur ce thème.

RÈGLE DU JEU

Proportionnalité : recherche du prix de plusieurs objets connaissant le prix à l'unité

I.1, II.2, III.1.1, V.2

Proportionnalité : recherche du prix à l'unité

I.2, I.3, III.4, IV.1, IV.2, IV.3, VI.1

Proportionnalité : recherche de quatrième proportionnelle

III.1.2, III.3, VI.2, VII.3, VIII.1

Proportionnalité : déterminer si une situation relève de la proportionnalité
VIII.1

Proportionnalité double

II.1, V.1, VI.3

Lecture et interprétation des données

VI.4, VII.1, VII.3

Fraction

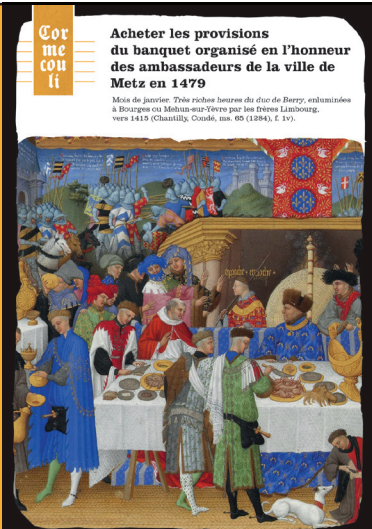
VII.2, VII.3

Certains exercices peuvent être utilisés d'autres éléments du programme. Par exemple, en calcul mental, le travail sur les conversions entre sous et deniers peut mener à un apprentissage des premiers multiples de 12 qu'on retrouve dans le décompte du temps par journée ou demi-journée (36h, 48h,...) ; le calcul $5 \times 12 = 60$ se retrouve sur l'horloge : une heure soit 60 minutes se décompose en 12 parties de 5 minutes. La conversion entre livres et sous permet, quant à elle, de travailler les multiples de 20.

Pour travailler la numération, la lecture des chiffres romains peut être un moyen d'apporter une réflexion sur le sens de notre numération et de la comparer à celle utilisée dans les comptabilités plus spécialement lorsqu'il y a des irrégularités d'écritures (par exemple pour les exercices : III.1, III.3, III.4, VI.2, VI.4, VII.1). Les exposants (c ou xx) sont utilisés pour désigner des unités de numération pour représenter de grandes quantités.

THÈME 1

Acheter les provisions du banquet organisé en l'honneur des ambassadeurs de la ville de Metz en 1479



1 | Après avoir calculé le prix total des pigeons à partir du prix à la pièce, vérifiez que le prix indiqué (en sous/deniers) est correct (sachant que 12 deniers égalent 1 sou).

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Détermination du produit de 15 et 38,
- Conversion d'un montant en deniers vers un montant en sous et deniers ou inversement¹.

ANALYSE A PRIORI

La formulation "XV d. la pièce" peut être une difficulté pour les élèves.

Une fois le coût total de 570 deniers obtenu, les élèves doivent vérifier que ce montant s'exprime aussi sous la forme 47 sous et 6 deniers.

Pour cela, ils ont la possibilité

1. de diviser ce montant de 570 deniers par 12^2 : soit en effectuant la division euclidienne pour obtenir un quotient de 47 et un reste de 6, soit en déterminant l'écriture décimale du quotient $570 : 12 = 47,5$ puis en convertissant les 0,5 sou en 6 deniers.
2. de multiplier le total de 47 sous par 12^3 et d'ajouter les 6 deniers restants pour obtenir les 570 deniers cherchés.

On peut aussi imaginer partir de 47 sous et 6 deniers qu'on convertit en 570 deniers et que l'on divise ensuite par 15^4 et vérifier qu'on obtient bien 38 pigeons.

¹ On pourra remarquer et faire remarquer aux élèves que bien que le montant dépasse les 20 sous, il n'y a pas conversion des 40 sous en 2 livres.

² En terme de grandeur, ce 12 s'exprime en fait en "deniers par sou". Ainsi, on divise des "deniers" par des "deniers par sou" ce qui permet bien d'obtenir des sous.

³ Comme ci-dessus, le 12 s'exprime en "deniers par sou". On multiplie des "sous" par des "deniers par sou" pour obtenir des deniers.

⁴ Ce 15 s'exprime en "deniers par pigeon". On divise des deniers par des "deniers par pigeon" pour obtenir un nombre de pigeons.

THÈME 1

Acheter les provisions du banquet organisé en l'honneur des ambassadeurs de la ville de Metz en 1479

1 Une autre procédure reposant sur les propriétés de conversion de la monnaie consiste à écrire 15 deniers comme 12 deniers et 3 deniers soit 1 sou et 3 deniers pour un pigeon.

Ainsi pour 38 pigeons, le prix est 38 sous et 38 fois 3 deniers. Or 38 fois 3 deniers vaut aussi 3 fois 38 deniers c'est-à-dire 3 fois 3 sous et 2 deniers (car $38 = 3 \text{ fois } 12 \text{ plus } 2$). On obtient ainsi que 3 fois 38 deniers valent 9 sous et 6 deniers ce qui donne bien le résultat attendu.

2 Sachant que chaque saucisse coûte 5 deniers, vérifier que le nombre de saucisses indiqué sur le manuscrit est correct. Exprimer, en livres/sous/deniers, le prix de 20 douzaines de saucisses soit 240 saucisses.

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Détermination du produit de 92 et 5^5 ,
- Conversion d'un montant en deniers vers un montant en sous et deniers ou inversement⁶.

ANALYSE A PRIORI

La formulation "V d. la pièce" peut être une difficulté pour les élèves.

La notation avec XX en exposant qui se lit de façon littérale est déroutante et ne correspond pas à la reconstruction moderne des règles d'écriture des nombres en chiffres romains. Elle correspond à la transcription littérale terme à terme du texte lu à haute voix, et non à la transcription du nombre. C'est une pratique courante dans les textes. La question est formulée de façon à ce qu'un élève qui n'arrive pas à lire "92" puisse retrouver ce nombre par le calcul et ait ainsi une aide pour comprendre cette écriture.

La stratégie envisagée pour répondre à la question est la suivante : on convertit les 38 sous et 4 deniers en 460 deniers et que l'on divise ensuite par 5^7 . On obtient ainsi 92 saucisses. La stratégie attendue pour faire comme au Moyen-âge est celle proposée en 1.

Les élèves comprenant l'écriture 92 ont à leur disposition une autre stratégie. Ils déterminent le prix total des saucisses en calculant le produit de 92 et 5 soit 460 deniers. Ils doivent vérifier que ce montant s'exprime aussi sous la forme 38 sous et 4 deniers.

5. Dans le cadre d'un travail en calcul mental autour de la stratégie "multiplier par 5 revient à multiplier par 10 et diviser par 2, ce calcul peut tout à fait être effectué mentalement.

6. On pourra remarquer et faire remarquer aux élèves que bien que le montant dépasse les 20 sous, il n'y a pas conversion de 20 sous en une livre.

7. Ce 5 s'exprime en "deniers par saucisse". On divise des deniers par des "deniers par saucisse" pour obtenir un nombre de saucisses.

THÈME 1

Acheter les provisions du banquet organisé en l'honneur des ambassadeurs de la ville de Metz en 1479

2

Pour cela, ils ont la possibilité

1. de diviser ce montant de 460 deniers par 12^8 : soit en effectuant la division euclidienne pour obtenir un quotient de 38 et un reste de 4, soit en déterminant l'écriture décimale du quotient $460 : 12 = 47,333...$ puis en reconnaissant les 0,333... sou comme un tiers de sou c'est-à-dire 4 deniers⁹.
2. de multiplier le total de 38 sous par 12^{10} et d'ajouter les 4 deniers restants pour obtenir les 460 deniers cherchés.

Concernant le calcul du prix de 240 saucisses, la formulation de la question sous la forme de 20 douzaines de saucisses est une aide pour faire le lien avec les taux de conversion entre sous et deniers et livres et sous.

Une douzaine de saucisses coûte douze fois plus cher qu'une saucisse.

Comme 12 deniers font un sou, une douzaine de saucisses coûte 5 sous et 20 douzaines de saucisses coûtent 20 fois plus cher soit 5 fois 20 sous c'est-à-dire 5 livres.

Le calcul peut bien entendu être effectué en multipliant 240^{11} par 5^{12} .

On obtient 1200 deniers qu'il s'agit de convertir en sous (en divisant par 12^{13}) puis en livres (en divisant par 20^{14}).

On peut éventuellement convertir directement de deniers en livres en divisant par 240^{15} .

8. En terme de grandeur, ce 12 s'exprime en fait en "deniers par sou". Ainsi, on divise des "deniers" par des "deniers par sou" ce qui permet bien d'obtenir des sous.

9. Cette situation peut tout à fait mener avec la classe à une réflexion sur les intérêts comparés de la division euclidienne et de la division exacte : quand faut-il arrêter l'algorithme de la potence ?

10. Comme ci-dessus, le 12 s'exprime en "deniers par sou". On multiplie des "sous" par des "deniers par sou" pour obtenir des deniers.

11. En terme de grandeur, il s'agit ici des 240 saucisses.

12. En terme de grandeur, il s'agit ici "deniers par saucisse".

13. En terme de grandeur, il s'agit de "deniers par sou".

14. En terme de grandeur, il s'agit de "sous par livre".

15. Il s'agit ici de 240 "deniers par livre".

THÈME 1

Acheter les provisions du banquet organisé en l'honneur des ambassadeurs de la ville de Metz en 1479

3 | D'après la ligne des chapons, un chapon coûte 22 deniers et 1 obole. Déterminez la valeur d'une obole en utilisant le prix d'une douzaine de chapons : 22 sous et 6 deniers. Puis vérifier que le prix total des 110 chapons est correct.

Ce problème nécessite plus d'initiative de la part de l'élève puisqu'il doit calculer avec des unités dont il ne connaît pas la valeur : pour déterminer la valeur d'une obole, il s'agit de déterminer la valeur de 12 oboles. De plus, le domaine numérique rencontré va au-delà de 1000.

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lecture des nombres en chiffres romains (pour la vérification du montant final),
- Détermination d'un produit (de 12 par 22 deniers et 1 obole),
- Conversion de montants en deniers vers un montant en livres, sous et deniers ou inversement,
- Comparaison de montants dans des unités différentes.

ANALYSE A PRIORI

Pour la détermination du montant d'une obole : une douzaine de chapons va coûter 12 oboles et 264 deniers soit 22 sous (cf fin du 2). On convertit ce montant en sous : on divise par 12 et on obtient 22 sous¹⁶. Ainsi une douzaine de chapons vaut à la fois 22 sous et 12 oboles et 22 sous et 6 deniers. Finalement 12 oboles valent 6 deniers et une obole vaut un demi-denier.

Pour la vérification du prix des 110 chapons, on retrouve les stratégies envisagées dans les deux premiers problèmes : déterminer le coût total en deniers c'est-à-dire 2 420 deniers et 110 oboles, soit 2475 deniers. Il s'agit ensuite de convertir ce montant livres/sous/deniers.

Pour cela, ils ont la possibilité d'effectuer d'abord la conversion de deniers en sous puis de sous en livres ou de convertir directement en livres puis de convertir le reste en sous. Enfin, une dernière possibilité est de convertir le montant total de 10 livres, 6 sous et 3 deniers en deniers.

1. Pour convertir en sous, il s'agit de diviser ce montant de 2475 deniers par 12¹⁷ : soit en effectuant la division euclidienne pour obtenir un quotient de 206 et un reste de 3, soit en déterminant l'écriture décimale du quotient $2475 : 12 = 206,25$ puis en convertissant les 0,25 sou en 3 deniers (en reconnaissant un quart dans l'écriture 0,25). Il s'agit ensuite de convertir les 206 sous en 10 livres et 6 sous en divisant 206 par 20¹⁸.

16. On peut éviter le calcul du 264 en remarquant que 12 fois 22 deniers valent 22 fois 12 deniers et donc valent 22 sous.

17. En terme de grandeur, ce 12 s'exprime en fait en "deniers par sou". Ainsi, on divise des "deniers" par des "deniers par sou" ce qui permet bien d'obtenir des sous.

18. Le 20 représente ici des "sous par livre".

THÈME 1

Acheter les provisions du banquet organisé en l'honneur des ambassadeurs de la ville de Metz en 1479

- 3 | 2. Pour convertir en livres, il s'agit de diviser le total de 2475 sous par 240¹⁹. On obtient un quotient de 10 et un reste de 75 deniers. On divise ce reste par 12²⁰ pour obtenir 6 sous et 3 deniers.
3. On peut aussi convertir les 10 livres en 2400 deniers (une livre vaut 20 fois 12 deniers) et les 6 sous en 72 deniers. On obtient ainsi le total souhaité de 2475 deniers.

- 4 | Déterminez le prix d'un pâté à la sauce d'hypocras, déterminez le prix d'un dauphin de crème forte.

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Retour au prix à l'unité pour comparer,
- Conversion d'un montant en deniers vers un montant en sous et deniers ou inversement²¹.

ANALYSE A PRIORI

La difficulté repose dans le fait que lorsqu'on effectue les calculs directement en sous, le résultat n'est pas un nombre entier de sous mais fait intervenir des fractions qui ne sont pas des nombres décimaux. Ainsi, pour effectuer le calcul, il s'agit de convertir tout ou partie des sous en deniers.

Pour connaître le prix en deniers, on obtient que les huit pâtés de crème forte valent 528 deniers. Ainsi un pâté vaut 66 deniers soit 5 sous et 6 deniers. De même, les six dauphins de crème forte valent 480 deniers. Ainsi, le dauphin de crème forte vaut 80 deniers soit 6 sous et 8 deniers.

Pour simplifier les calculs, on peut décomposer les 44 sous des huit pâtés en 40 sous et 4 sous. On convertit les 4 sous en deniers. Finalement les huit pâtés coûtent 40 sous et 48 deniers. La division par 8 pour déterminer le prix d'un pâté devient alors aisée. Pour les dauphin de crème forte, on peut procéder de la même façon en décomposant les 40 sous en 36 sous et 48 deniers. La division par 6 est alors facile.

Par ailleurs, pour déterminer le prix à l'unité d'un pâté, on peut remarquer que 44 (le nombre de sous) comme 8 (le nombre de pâtés) sont des multiples de 4. On en déduit que 2 pâtés coûtent 11 sous. Ainsi 1 pâté coûte 5 sous et la moitié d'un sou soit 5 sous et 6 deniers.

19. Le 240 s'exprime en "deniers par livre". On divise des "deniers" par des "deniers par livre" pour obtenir des livres.

20. Le 12 représente ici des "deniers par sou".

21. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 1

Acheter les provisions du banquet organisé en l'honneur des ambassadeurs de la ville de Metz en 1479

À RETENIR

4 Pour comparer le coût des fleurs de lys de crème forte au coût des écus de crème forte, on peut, comme on l'a fait ci-dessus, se ramener à la comparaison à l'unité. Mais on peut aussi se ramener à la comparaison d'une même quantité de fleurs de lys de crème forte et d'écus de crème forte autre que 1. En choisissant de comparer les prix de 42 fleurs de lys de crème forte et de 42 écus de crème forte, on évite ainsi le recours à des divisions pour n'effectuer que des multiplications.

5 *Est-il préférable d'acheter une fleur de lys ou un écu de crème forte ?*

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Retour au prix à l'unité pour comparer,
- Conversion d'un montant en deniers vers un montant en sous et deniers ou inversement²².

ANALYSE A PRIORI

La difficulté repose dans le fait que lorsqu'on effectue les calculs directement en sous, le résultat n'est pas un nombre entier de sous mais fait intervenir des fractions qui ne sont pas des nombres décimaux. Ainsi, pour effectuer le calcul, il s'agit de convertir tout ou partie des sous en deniers.

En convertissant tout en deniers, on obtient que les sept écus de crème forte valent 560 deniers et que les six fleurs de lys de crème forte valent 480 deniers. Ainsi, l'écu de crème forte comme la fleur de lys de crème forte vaut 80 deniers soit 6 sous et 8 deniers.

Pour simplifier les calculs, on peut décomposer les 46 sous des sept écus de crème forte en 42 sous et 4 sous. On convertit les 4 sous en deniers et finalement les sept écus de crème forte coûtent 42 sous et 56 deniers. La division par 7 pour déterminer le prix d'un écu de crème forte devient alors aisée. Pour les fleurs de lys de crème forte, on peut procéder de la même façon en décomposant les 40 sous en 36 sous et 4 deniers. La division par 6 est alors facile.

Par ailleurs, pour déterminer le prix à l'unité d'une fleur de lys de crème forte, on peut encore utiliser la relation entre 6 (le nombre de fleurs de crème forte) et 12 (le nombre de deniers dans un sou) : 12 fleurs de lys vont coûter 80 sous. Donc une fleur de lys va coûter douze fois moins. Or 12 fois moins qu'un sou, c'est 1 denier. Ainsi une fleur de lys coûte 80 deniers.

22. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 1

Acheter les provisions du banquet organisé en l'honneur des ambassadeurs de la ville de Metz en 1479

À RETENIR

5 | Pour comparer le coût des fleurs de lys de crème forte au coût des écus de crème forte, on peut comme on l'a fait ci-dessus, se ramener à la comparaison à l'unité. Mais on peut aussi se ramener à la comparaison d'une même quantité de fleurs de lys de crème forte et d'écus de crème forte autre que 1. En choisissant de comparer les prix de 42 fleurs de lys de crème forte et de 42 écus de crème forte, on évite ainsi le recours à des divisions pour n'effectuer que des multiplications.

6 | *Quel est le prix d'une poire ?*

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Retour au prix à l'unité,
- Conversion d'un montant en deniers vers un montant en sous et deniers ou inversement²³.

ANALYSE A PRIORI

La difficulté repose dans le fait que lorsqu'on effectue les calculs directement en sous, le résultat n'est pas un nombre entier de sous et que même après conversion en deniers, on n'obtient pas un nombre entier de deniers. Cependant, le résultat s'exprime sous forme décimale (puisque'il y a 100 poires).

En convertissant tout en denier, on obtient un prix de 770 deniers pour les 100 poires. Ainsi chaque poire coûte 7 deniers et 7 dixièmes de denier ou 7,7 deniers.

Tout comme les dixièmes de centimes d'euros que l'on peut voir apparaître sur les prix de l'essence aux stations essence, on voit ici apparaître des dixièmes de deniers sans qu'il n'y ait de pièce correspondant à cette valeur.

Le calcul est ici facile dans notre système décimal mais difficile dans le système monétaire donné. Ceci justifie d'avoir des méthodes propres de calcul pour chaque système de représentation basées sur les propriétés de ce système.

23. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 1

Acheter les provisions du banquet organisé en l'honneur des ambassadeurs de la ville de Metz en 1479

7

Les plats de métier ont été achetés en deux fois. Étaient-ils au même prix ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Retour au prix à l'unité pour comparer,
- Conversion d'un montant en deniers vers un montant en sous et deniers ou inversement²⁴.

ANALYSE A PRIORI

La difficulté repose dans le fait que lorsqu'on effectue les calculs directement en sous, le résultat n'est pas un nombre entier de sous mais fait intervenir des fractions qui ne sont pas des nombres décimaux. Ainsi, pour effectuer le calcul, il s'agit de convertir tout ou partie des sous en deniers.

En convertissant tout en deniers, on obtient que le premier lot de treize plats vaut 260 deniers soit 20 deniers le plat, alors que le deuxième lot de huit plats vaut 160 deniers soit 20 deniers le plat.

À RETENIR

Pour comparer des prix, on peut comparer le prix d'une unité mais on peut aussi comparer les prix du même nombre d'objets de chaque sorte.

Pour déterminer le résultat d'une division, on peut regrouper les quantités de façon à simplifier les calculs.

Connaître le prix en deniers à l'unité permet de connaître très facilement le prix d'une douzaine en sous. De même, connaître le prix en sous à l'unité permet de connaître très facilement le prix à la vingtaine en livre.

24. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 1

Acheter les provisions du banquet organisé en l'honneur des ambassadeurs de la ville de Metz en 1479

POUR EN SAVOIR PLUS

7 | Au Moyen-Âge apparaît une numération vicésimale au côté d'une numération purement décimale. Les formes trente, quarante, cinquante et soixante, septante, huitante (ou octante), nonante côtoient vint et dis, deux vinz, deux vinz et dis, trois vinz, trois vinz et dis, quatre vinz, quatre vinz et dis. Au delà et jusqu'à 180, c'est la numération vicésimale qui domine.

Bien évidemment, on ne dit jamais cinq vingts mais cent. Dans sa grammaire, Meigret (1550 : 52) signale qu'à partir de 60, écrit soessant, "nous avons une autre manière de compter, plus récente et approuvée" qui dit soessante é dis pour settante, [...]. On ne dit pas cent-vingt mais six-vingts [...]. Plutôt qu'une origine celte ou nordique, il est plus probable que ce soit des raisons pragmatiques — regroupement par deux des unités de compte qui ont conduit à l'usage de la nouvelle unité de compte « vingtaine ».

Dès la république romaine, des pièces de 20, 40 et 60 unités monétaires sont émises à partir de 211 AEC. En 781, la réforme monétaire carolingienne introduit le système <livre, sous, denier> tel que 1 livre vaut 20 sous et 1 sou vaut 12 deniers.

Au Moyen-Âge, les systèmes de mesure utilisent le regroupement par 12, que l'on peut associer aux 3 phalanges des 4 doigts opposés au pouce. Mais le latin possède déjà un grand nombre de noms et d'adjectifs signifiant un collectif de 12 unités (comme duodecennium pour une période de 12 ans).

THÈME 2

Préparer le spectacle du mystère de la fête de Noël pour le roi de France Charles VIII : vie de cour et festivités à Amboise en 1497

Cor
me
cou
li

Préparer le spectacle du mystère de la fête de Noël pour le roi de France Charles VIII : vie de cour et festivités à Amboise en 1497

Ensemble de Salomon. Petites Heures de Jean de Berry, enluminées à Paris par Jean Le Noir, vers 1370 (Paris, BnF, Lat 15014, f. 212v)



- 1** Des peintres sont rémunérés pour le travail réalisé pendant 18 jours à 3 personnes (Antoine Briant lui-même et deux de ses frères). Le montant qui leur est alloué est 4 livres 10 sous. Combien gagne un peintre pour une journée de travail ? Peut-il acheter un poulet provenant du banquet ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Retour au prix pour un peintre et pour une journée,
- Conversion d'un montant en livres et sous vers un montant en sous ou sous et deniers²⁵.

ANALYSE A PRIORI

Il s'agit d'un problème de proportionnalité double. Les deux étapes de la proportionnalité ont ici l'avantage de s'interpréter facilement. On peut ainsi procéder selon deux chemins différents (le premier chemin proposé ci-dessous s'interprète sans doute plus facilement que le deuxième) :

- d'abord déterminer le montant total que reçoit chaque peintre pour l'ensemble des 18 jours puis déterminer le montant perçu pour un peintre chaque jour,
- d'abord déterminer le montant par journée pour l'ensemble des trois peintres puis ensuite diviser par trois ce montant pour obtenir la paie journalière d'un peintre.

Une troisième procédure consiste à considérer qu'il y a un total de 54 jours de travail et diviser le montant total perçu par 54.

Une difficulté complémentaire repose dans le fait qu'il faille convertir en sous puis en deniers pour effectuer les calculs : lorsqu'on calcule directement en livres ou en sous, le résultat n'est pas un nombre entier de sous mais fait intervenir des fractions.

25. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 2

Préparer le spectacle du mystère de la fête de Noël pour le roi de France Charles VIII : vie de cour et festivités à Amboise en 1497

1 Si on commence par déterminer le montant total que reçoit un peintre pour les 18 jours. Il s'agit de diviser par 3, le montant de 4 livres et 10 sous. On peut convertir en sous, ce qui fait 90 sous. Ainsi chaque peintre reçoit un total de 30 sous pour 18 jours soit 18 sous et 12 sous ou 18 s. + $18 \times 12/18$ s. = 18 (1s + $2/3$ s). Donc 1 s $2/3 \times 12$ d = 1s 8 d par jour. Il s'agit ensuite de diviser cela par 18. On convertit pour cela en denier. On obtient ainsi 360 deniers qu'on doit diviser par 18 ce qui donne 20 deniers soit 1 sou et 8 deniers.

Si on commence par déterminer le montant journalier pour les trois peintres, il s'agit de diviser par 18 le montant de 4 livres et 10 sous. On peut convertir en sous, ce qui fait 90 sous. Ainsi chaque jour les peintres reçoivent un total de 5 sous à se partager. Il s'agit ensuite de diviser ce montant en 3. On convertit pour cela en deniers. On obtient ainsi 60 deniers qu'on doit diviser par 3 ce qui donne 20 deniers soit 1 sou et 8 deniers.

On remarque que dans ces deux procédures, on peut convertir d'abord en sous puis effectuer une première division puis convertir en deniers pour effectuer la deuxième division.

Pour la troisième procédure consistant à diviser par 54, il faut convertir directement tout en deniers pour obtenir un quotient qui est un nombre entier. On a ainsi 4 livres et 10 sous qui valent 90 sous soit 1080 deniers. En divisant ce montant par 54, on obtient bien les 20 deniers par peintre et par jour.

2 *Un étranger arrive à Tours. D'après le texte sur le marchand drapier Jean Rougemont le jeune, pouvez-vous expliquer comment il peut savoir qu'une livre vaut 20 sous et un sou vaut 12 deniers ?*

Pour information, les calculs proposés dans le texte sont justes.

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Envisager une liste de valeurs possibles pour les différents taux de conversions possibles puis tester ces valeurs possibles pour les conversions et constater qu'une seule parmi les valeurs possibles convient.

ANALYSE A PRIORI

Il s'agit d'un problème de recherche dans lequel les élèves procèdent par essai-erreur-ajustement. Les élèves connaissent sans doute la solution au problème puisque les taux de conversion livre/sou et sou/denier sont nécessaires pour les autres exercices.

THÈME 2

Préparer le spectacle du mystère de la fête de Noël pour le roi de France Charles VIII : vie de cour et festivités à Amboise en 1497

2 | Comme la réponse au problème est connue des élèves, la difficulté réside plus dans le fait de vérifier que les taux de conversions ($1 \text{ livre} = 20 \text{ sous}$ et $1 \text{ sou} = 12 \text{ deniers}$) sont les seuls possibles. Pour cela, il est possible de proposer aux élèves quelques mauvaises valeurs pour les faire vérifier qu'elles ne conviennent pas.

L'une des premières choses à vérifier est que ces valeurs conviennent. Il faut ensuite vérifier qu'il ne peut y avoir d'autres solutions.

Pour cela, on commence par remarquer qu'une aune coûte 42 sous et 6 deniers. Soit 2l. 2s. 6d. Ainsi trois aunes coûtent 126 sous et 18 deniers. On a donc 126 sous et 18 deniers qui valent 6 livres 7 sous et 6 deniers. Ainsi 126 sous et 12 deniers valent 6 livres et 7 sous.

On peut alors constater que si une livre valait 19 sous ou moins alors 6 livres et 7 sous vaudraient au plus 121 sous ce qui n'est pas possible. Si une livre valait plus de 22 sous alors 6 livres et 7 sous vaudrait au moins 139 sous. Ainsi, en retirant 126 sous, 12 deniers vaudrait au moins 13 sous ce qui n'est pas possible puisqu'un sou vaut plusieurs deniers.

Il reste à écarter la valeur 21 sous pour une livre. On aurait alors 7 sous qui vaudraient 12 deniers. Mais comme un sou vaut plusieurs deniers, ce n'est pas possible car 7 sous vont valoir au moins 14 deniers. On trouve alors que 1 livre vaut 20 sous. On a alors 126 sous et 12 deniers qui valent 127 sous et donc 1 sou vaut 12 deniers.

À partir de l'égalité 126 sous et 12 deniers valent 6 livres et 7 sous. On peut raisonner d'une autre manière en disant que 6 livres et 7 sous valent un nombre entier de sous. Ainsi 12 deniers est aussi un nombre entier de sous. Ainsi un sou vaut donc 2 deniers ou 3 deniers ou 4 deniers ou 6 deniers ou 12 deniers. Dans le premier cas, on a un total de 132 sous qui vaut 6 livres et 7 sous et donc 125 sous qui valent 6 livres ce qui n'est pas possible puisque 125 n'est pas divisible par 6.

Dans le deuxième cas ($1 \text{ sou} = 3 \text{ deniers}$), on a 130 sous valent 6 livres et 7 sous ce qui donne 6 livres = 123 sous. Comme 123 n'est pas divisible par 6 ce n'est pas possible. Pour le troisième cas ($1 \text{ sou} = 4 \text{ deniers}$), on a 129 sous valent 6 livres et 7 sous ce qui donne 6 livres = 122 sous. Comme 122 n'est pas divisible par 6 ce n'est pas possible. Pour le quatrième cas ($1 \text{ sou} = 6 \text{ deniers}$), on a 128 sous valent 6 livres et 7 sous ce qui donne 6 livres = 121 sous. Comme 121 n'est pas divisible par 6 ce n'est pas possible. Enfin, le dernier cas ($1 \text{ sou} = 12 \text{ deniers}$) donne 127 sous qui valent 6 livres et 7 sous et donc 120 sous qui valent 6 livres. Soit 20 sous = 1 livre.

THÈME 3

S'armer pour défendre la ville : le siège de Tours en 1418



1

Quel est le prix de la bombarde moyenne, de la grosse bombarde ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains (nombres avec une écriture inhabituelle (xx ou c en exposants)),
- Déterminer les produits de 614 par 3 et 4, ainsi que les produits de 140 par 3 et 4 ; ou alors déterminer les produits de 614 et 140 par 40,
- Conversion des montants en sous et deniers vers un montant en livres, sous et deniers ou inversement²⁶.

ANALYSE A PRIORI

L'écriture en chiffres romains utilisée dans ce passage ne correspond pas à la méthode canonique moderne : elle repose sur l'utilisation des exposants xx ou c comme unité de numération (l'exposant indique la taille des paquets en question et le nombre qui précède le nombre de paquets) et est donc susceptible de poser des difficultés aux élèves. Une aide possible est de leur suggérer de lire le nombre à l'oral "six vingts cinq" et de faire le lien avec "quatre-vingts". Pour "six cent quatorze" le lien est encore plus facile.

Cet exercice pose une difficulté au niveau du vocabulaire utilisé : le mot «livre» a deux sens distincts : l'un pour l'unité monétaire qui est le sens rencontré dans l'ensemble des exercices et l'autre qui est une unité de masse qui est nommé dans le manuscrit par «livre de poids.»

La partie calculatoire est un problème de proportionnalité : on dispose d'un montant à la livre de poids et de la masse de chacune des bombardes. Il s'agit d'effectuer le produit des deux pour déterminer les prix de chacune des bombardes.

Deux méthodes de calcul : on convertit le prix à la livre de poids en deniers par livre de poids et on convertit le montant total en livres, sous, deniers ou on calcule en sous et deniers et on convertit ensuite en livres, sous, deniers.

26. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 3

S'armer pour défendre la ville : le siège de Tours en 1418

1 Pour la première méthode, une livre de poids coûte 40 deniers. Ainsi la première bombarde vaut 24 560 deniers soit 102 livres, 6 sous et 8 deniers. La deuxième bombarde vaut, quant à elle, 5 600 deniers soit 23 livres 6 sous et 8 deniers.

En calculant en sous et deniers, on obtient pour la première bombarde un montant de 1 842 sous et 2 456 deniers que l'on convertit avec les techniques détaillées dans l'étude des problèmes 1 et 2 du thème 1. Pour la deuxième bombarde, on trouve 420 sous et 560 deniers.

2 Saurez-vous calculer le poids approximatif de la bombarde à 2 chambres (en reprenant l'information précédente : 3s. 4d. soit 40d. pour 1 livre de poids)

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Division du montant payé par le prix à la livre de poids,
- Conversion des montants en sous et deniers vers un montant en livres, sous et deniers ou inversement²⁷.

ANALYSE A PRIORI

La lecture en chiffres romains ne pose ici pas de difficulté. Cet exercice pose une difficulté au niveau du vocabulaire utilisé : le mot «livre» a deux sens distincts : l'un pour l'unité monétaire qui est le sens rencontré dans l'ensemble des exercices et l'autre qui est une unité de masse qui est nommé dans le manuscrit par « livre de poids ».

Le problème de proportionnalité est plus délicat : il s'agit de déterminer la masse de la bombarde qui s'obtient par une division. Comme aide aux élèves, on pourra les inciter à formuler la question sous la forme "combien de fois 40 deniers (ou 3 sous et 4 deniers) dans 15 livres ?", par exemple en leur demandant, combien la ville aurait payé si la bombarde avait pesé 2 livres de poids, 10 livres de poids,... La procédure experte par division n'est pas nécessairement un attendu pour ce problème.

Pour le calcul effectif, on peut convertir 15 livres en 3600 deniers et diviser par 40 deniers pour obtenir une masse de 90 livres de poids. Par tâtonnement, on peut commencer par calculer le prix de deux livres de poids (6 sous et 8 deniers) puis de trois livres de poids (10 sous). Ainsi 30 livres de poids coûteraient 100 sous soit 5 livres. En multipliant par 3, on obtient le résultat.

27. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 3

S'armer pour défendre la ville : le siège de Tours en 1418

3

*Convertir la somme totale de poudre à canon payée
à Jean Goupil en livres, sous et deniers.*

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Conversion d'un montant en sous en un montant en livres et sous²⁸.

ANALYSE A PRIORI

Il s'agit d'un exercice simple de conversion en utilisant le taux de conversion de 20 sous pour une livre. On obtient 3 livres et 16 sous.

4

*Richard Pesant fait un geste commercial à la ville.
Quel est le montant de ce geste ?*

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains (nombres avec une écriture inhabituelle (xx ou c en exposants)),
- Déterminer le montant de 140 pierres et comparer ce montant au montant payé par la ville,
- Conversion des montants en livres en sous et deniers ou inversement²⁹.

ANALYSE A PRIORI

L'écriture en chiffres romains utilisée dans ce passage ne correspond pas à la méthode canonique moderne : elle repose sur l'utilisation des exposants xx ou c comme unité de numération (l'exposant indique la taille des paquets en question et le nombre qui précède le nombre de paquets) et est donc susceptible de poser des difficultés aux élèves. Une aide possible est de leur suggérer de lire le nombre à l'oral "sept vingts" et faire le lien avec "quatre-vingts".

Ensuite, il s'agit d'un exercice de proportionnalité : 2 pierres coûtent 5 deniers, 140 pierres, c'est c'est 70 fois 2 pierres, cela coûte donc 70 fois 5 deniers,³⁰ cela coûte 70 fois plus que 5 deniers, c'est-à-dire 350 deniers.³¹ On peut bien entendu envisager d'autres méthodes : déterminer le prix d'une pierre (qui n'est pas un montant entier de deniers) et le multiplier par 140.

28, 29. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

30. On peut rédiger d'une autre façon : 140 pierres, c'est 70 fois plus que 2 pierres donc cela coûte donc 70 fois plus que 5 deniers. Les expressions fois plus et fois moins sont délicates à comprendre et à utiliser par les élèves, il s'agit donc de construire le sens avec eux petit à petit.

31. On peut aussi convertir les 70 fois 5 deniers en sous en remarquant que $70 = 5 \times 12 + 10$. Ainsi 70 fois 5 deniers valent 25 sous et 50 deniers soit 29 sous et 2 deniers.

THÈME 3

S'armer pour défendre la ville : le siège de Tours en 1418

4

On convertit ensuite soit en remarquant que 360 deniers valent trente sous et que 350 deniers valent donc 29 sous et 2 deniers, soit avec une technique plus automatisée³². Ainsi Richard Pesant a fait un geste commercial de 2 deniers (ce qui est moins que le prix d'une pierre) qui correspond à l'arrondi au sous le plus proche.

5

Un tampon coûte-t-il moins cher chez Jean Regnard ou Jean le Marie ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains (nombres avec une écriture inhabituelle (xx ou c en exposants)),
- Déterminer le prix d'une même quantité de tampons chez chacun des deux vendeurs et comparer les prix (cette quantité n'est pas forcément un seul tampon),
- Conversion de montants en livres, sous et deniers, en sous et deniers ou en deniers et inversement³³.

ANALYSE A PRIORI

L'écriture en chiffres romains utilisée dans ce passage ne correspond pas à la méthode canonique moderne : elle repose sur l'utilisation des exposants xx ou c comme unité de numération (l'exposant indique la taille des paquets en question et le nombre qui précède le nombre de paquets) et est donc susceptible de poser des difficultés aux élèves. Une aide possible est de leur suggérer de lire le nombre à l'oral "trois cents quatre vingts" qui est le nombre cherché.

Pour comparer les montants chez les deux tourneurs, on peut déterminer le montant d'un tampon chez chacun des revendeurs. Cette méthode nécessite de convertir les montants dans une unité commune par exemple en deniers et de diviser par le nombre de tampons achetés : chez Jean Regnard, on obtient 2,4 deniers par tampon, chez Jean Le Marie, on obtient 2,64... deniers par tampon³⁴. Le premier est donc le tourneur le moins cher. Il peut être intéressant de faire constater que ces montants n'étaient pas payables avec la monnaie utilisée ou que cela correspond à un prix par lot, à l'unité cela se vendait au moins 2d10 chez le premier et 3 d. chez le second, à moins que comme dans certaines grandes surfaces, acheter par lot est moins avantageux qu'à l'unité. (thème : math & économie familiale)

32, 33. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

34. On effectue ici les calculs en deniers dans le système décimal. On pourrait aussi le faire en sous, en remarquant que 9 deniers valent trois-quarts de sous. Ainsi, la ville a payé 83,75 sous à Jean Le Marie pour les 380 tampons. On doit alors comparer 0,2 sou/tampon chez Jean Regard à 0,22... sou/tampon chez Jean Le Marie.

THÈME 3

S'armer pour défendre la ville : le siège de Tours en 1418

5 Une autre façon de procéder serait de comparer le prix de cents tampons. Il s'agit alors de diviser le montant payé à Jean Le Marie par 3,8 (puisque 100 tampons c'est 3,8 fois moins que 380 tampons). En convertissant le montant payé par la ville en sous, on obtient un prix chez Jean Le Marie de 22,... sous pour 100 tampons ; si on convertit le montant payé par la ville en deniers, on obtient un prix de 264,... deniers pour 100 tampons. Or 20 sous valent 240 deniers. Ainsi Jean Le Marie est bien le tourneur le plus cher.

Une troisième méthode consiste à comparer le montant de 380 tampons et pour cela multiplier par 3,8 le montant payé chez Jean Regnard puisque 380 tampons c'est 3,8 fois plus que 100 tampons. En remarquant que 20 sous vaut 1 livre, on obtient un montant de 3,8 livres ce qui est moins que les plus de 4 livres payées à Jean Le Marie.

À RETENIR

Les première, quatrième et cinquième cartes-questions de ce thème sont des occasions de revenir sur le sens de la numération que nous utilisons en la comparant aux principes de la numération utilisée dans l'exercice.

L'écriture utilisée dans ces exercices repose sur l'utilisation des exposants xx ou c comme unité de numération (l'exposant indique la taille des paquets en question et le nombre qui précède le nombre de paquets).

C'est un moyen qui permet d'exprimer des grands nombres de façon concise. Un des inconvénients est que la taille des paquets varie et qu'il faut donc être vigilant à l'exposant.

Dans la numération actuelle, la taille des paquets est toujours la même : 10 ; cela permet de la laisser complètement implicite, on l'apprend une fois pour toute et on ne s'en soucie plus. C'est très pratique pour les calculs mais cela tend à faire perdre le sens de l'écriture.

POUR EN SAVOIR PLUS

En moyen français, les textes étaient lus à haute voix par ceux qui savaient lire et que l'on utilisait pour les comptes usuels (jusqu'à 400) une base 20, en lien avec le rapport livre/sous.

THÈME 4

Habiller les troupes pour poursuivre la guerre contre les Anglais en 1429 : les suites du siège d'Orléans



1

Combien coûte une aune de toile cirée ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Multiplier par deux le prix d'une demi aune de toile cirée,
- Conversion des montants en livres en montants en sous et deniers ou inversement³⁵.

ANALYSE A PRIORI

L'écriture en chiffres romains ne pose pas de problème spécifique. Concernant la partie proportionnalité du problème : une aune est le double d'une demi-aune : il faut deux demi-aune pour faire une aune. Le prix d'une aune est donc le double de 2 sous et 8 deniers soit 4 sous et 16 deniers qu'on peut convertir en 5 sous et 4 deniers.

35. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 4

Habiller les troupes pour poursuivre la guerre contre les Anglais en 1429 : les suites du siège d'Orléans

2

Combien la ville paye-t-elle à Colin le Godelier par jour ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Diviser par 17 le montant payé à Colin le Godelier,
- Conversion des montants en livres et sous en montants en sous³⁶.

ANALYSE A PRIORI

L'écriture en chiffres romains ne pose pas de problème spécifique. Concernant la partie proportionnalité du problème, il s'agit d'un problème de retour à l'unité. On dispose du montant pour 17 jours. Pour une journée, Colin le Godelier est donc payé 17 fois moins³⁷. On doit donc diviser par 17, 13 livres et 12 sous. Pour cela, on convertit en sous pour obtenir un total de 272 sous payés à Colin le Godelier et donc pour une journée, un montant de 16 sous.

3

Au denier près, combien Jean Bourgeois est-il payé pour fabriquer une huque ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Déterminer le montant total de la facture payée à Jean Bourgeois,
- Conversion des montants en livres et sous en montants en deniers ou inversement³⁸.

ANALYSE A PRIORI

Ce problème est un analogue du problème précédent avec des valeurs numériques plus grandes, faisant intervenir plusieurs unités de monnaies. Le travail de conclusion demande un travail supplémentaire. En effet, le calcul ne tombe pas juste. Il s'agit donc d'arrondir le résultat. L'écriture en chiffres romains ne pose pas de problème spécifique.

Concernant la partie proportionnalité du problème, il s'agit d'un problème de retour à l'unité. On dispose du montant pour 105 huques. Pour une huque, Jean Bourgeois est donc payé 105 fois moins.

35, 36. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

37. L'expression « fois moins » est difficile à comprendre pour les élèves : il s'agit de comprendre qu'il faut effectuer une division. On peut rédiger les calculs autrement comme dans la question 4 du thème 3.

38. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 4

Habiller les troupes pour poursuivre la guerre contre les Anglais en 1429 : les suites du siège d'Orléans

3

On doit donc diviser par 105, 8 livres et 8 sous. Pour cela, on convertit en sous pour obtenir un total de 168 sous payés à Jean Bourgeois.

Comme 168 est compris entre 105 et 210, on peut voir que le montant pour une huque est compris entre 1 et 2 sous ; de plus, on demande le montant au denier près. Ainsi, on convertit en deniers pour obtenir, un montant de 2 016 deniers pour l'ensemble des 105 huques. Le montant par huque est alors 19,2 deniers qu'on arrondit à 19 deniers.

4

Au denier près, combien cela coûte-t-il de fabriquer une huque (matière première et coût de fabrication) ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Déterminer le montant total de tissus achetés (ajouter les montants, le diviser par 105 et ajouter au coût à l'unité payé à Jean Bourgeois),
- Conversion des montants en livres et sous en montants en deniers ou inversement³⁹.

ANALYSE A PRIORI

Ce problème fait intervenir le résultat du calcul précédent. Le problème est encore un problème relevant de la proportionnalité (retour à l'unité) mais avec cette fois-ci des calculs supplémentaires. Deux procédures possibles : diviser par 105 chacun des trois montants de tissus achetés (36 livres et 8 sous, 14 livres et 8 sous et 20 sous) puis ajouter les résultats obtenus ou alors ajouter ces trois montants et diviser la somme par 105.

La première procédure suppose un modèle dans lequel chaque huque utilise autant de tissu de chacune des trois sortes. La deuxième procédure pourrait correspondre à un modèle où il n'y avait pas assez de tissu bleu d'une des deux sortes (la moins chère ?) pour qu'on doive en acheter plus. Par ailleurs, la première procédure pose aussi le problème des arrondis : doit-on arrondir chacun des résultats des trois divisions (83,2 ; 32,91... ; 2,28...) voire quatre (19,2 pour le coût de fabrication) puis ajouter les résultats ou ajouter les résultats puis arrondir.

Cet exercice permet justement d'aboutir à deux résultats différents : 137 deniers et 138 deniers et ainsi revenir sur le fait qu'une fois qu'on a arrondi, on ne peut pas utiliser la valeur obtenue dans un calcul sans réfléchir à ce qu'on veut calculer : les arrondis peuvent propager des erreurs.

39. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 5

Faire face aux malheurs du temps : inondations en 1481 et épidémie de peste en 1499



1

Déterminez quel a été le coût pour la ville pour nettoyer le Cher suite à cette crue.

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Déterminer le nombre de jours de travail pour chacune des personnes qui a travaillé,
- Déterminer le montant total payé à chaque personne et ajouter ces montants.
- Conversion des montants en sous et deniers en montants en livres, sous et deniers ou inversement⁴⁰.

ANALYSE A PRIORI

Il s'agit d'un problème de proportionnalité double comme le problème 1 du thème 2. On retrouve ainsi les mêmes procédures possibles pour chacune des catégories (nautonnier, manœuvre et chaland).

- Déterminer le montant par jour payé par la ville et multiplier par le nombre de jour ;
- Déterminer le montant payé à chaque catégorie puis ajouter ces montants.

L'énoncé demande aussi un travail de lecture attentif. En effet, le nombre de jours de travail n'est pas simple à déterminer : il faut comprendre que l'expression "et dernier jour du mois" désigne le 31 et qu'il y a ainsi eu 4 jours de travail.

Pour chacun des 4 jours, la ville a donc dépensé 20 sous pour les nautonniers, 10 sous pour les manœuvres et 6 sous et 8 deniers pour les chalands. On trouve ainsi un total de 144 sous et 32 deniers soit 7 livres, 6 sous et 8 deniers.

La deuxième procédure consiste à dire que chaque nautonnier est payé pour les quatre jours, un total de 12 sous et 16 deniers soit 13 sous et 4 deniers, chaque manœuvre⁴¹ est payé 10 sous et les chalands ont un coût de 13 sous et 4 deniers. On multiplie alors le premier montant par 6, le deuxième par 4 et le troisième par 2, puis on ajoute les trois résultats pour obtenir le montant total. On peut tenter de déchiffrer la somme payée par la ville sur le grand livre tout en bas à droite de l'extrait du livre de comptes qui se trouve juste au-dessus de l'énoncé.

40. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

41. On pourra faire remarquer aux élèves que le mot manœuvre peut être à la fois masculin et féminin et qu'il ne désigne dans chacun des deux cas pas la même chose.

THÈME 5

Faire face aux malheurs du temps : inondations en 1481 et épidémie de peste en 1499

2

La ville a-t-elle donné ce qu'elle devait à Jean Denis ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Déterminer le nombre de semaines entre le 9 juillet et le 30 septembre,
- Conversion des montants en sous et deniers en montants en livres, sous et deniers ou inversement⁴².

ANALYSE A PRIORI

Il s'agit d'un problème de proportionnalité simple. Le point qui nécessite une attention particulière est la détermination du nombre de semaines entre deux dates données. Pour cela, on peut compter le nombre total de jours entre le 9 juillet et le 30 septembre (ce qui nécessite d'avoir une bonne connaissance des nombres de jours pour les mois de juillet à septembre) : le piège est de calculer $(31 - 9)$ jours pour juillet alors qu'il y a $(31 - 8)$ jours. En effet, pour dénombrer une quantité, on commence à 1. Or ici, on commence à 9. Il s'agit donc de retirer 8 pour commencer à 1.

On en déduit que le nombre de jours est $23 + 31 + 30 = 84$ soit 12 semaines. On peut aussi raisonner en convertissant chaque mois en semaine et jours (sans arrondir) : ainsi, la période couvre 3 semaines et 2 jours en juillet, 4 semaines et 3 jours en août et 4 semaines et 2 jours en septembre. On trouve ainsi 11 semaines et 7 jours : ce sont bien les 12 semaines obtenues précédemment.

Il ne reste plus qu'à multiplier le montant hebdomadaire par 12 pour obtenir 84 sous et 72 deniers, soit 90 sous ou encore 4 livres et 10 sous.

Pour simplifier les calculs et éviter de calculer les 72 deniers, on peut remarquer que 12 fois 6 deniers représente le même montant que 6 fois 12 deniers c'est-à-dire 6 sous.

De façon générale, il est facile de multiplier par 12 des montants en deniers. Il suffit de garder le montant et de transformer les deniers en sous. C'est aussi pour cela que les regroupements par douzaine étaient utilisés.

42. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 5

Faire face aux malheurs du temps : inondations en 1481 et épidémie de peste en 1499

3 | *Au total, pour les mois de septembre et octobre 1499, combien la ville donne-t-elle à Pierre Veure, à Laurent Vaslin et à Jacques Courtin ? Exprimer le résultat en livres, sous et deniers.*

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Ajouter des montants,
- Conversion des montants en sous et deniers en montants en livres, sous et deniers ou inversement⁴³.

ANALYSE A PRIORI

Il s'agit d'un travail d'organisation et gestion de données : extraire dans chacun des deux textes les montants payés à chacune des trois personnes et ajouter les montants en question. Pour Jacques Courtin, on trouve 30 sous, soit 1 livre et 10 sous. Pour Pierre Veure, on trouve 60 sous, soit 3 livres et pour Laurent Vaslin, 40 sous, soit 2 livres

On pourra faire constater aux élèves, la permanence des missions des villes en termes sanitaires ou d'entretien des infrastructures, notamment après les catastrophes naturelles.

43. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 6

Tenir des comptes en 1429 : de l'achat de fournitures d'écriture aux calculs des comptes



- 1 | Quel est le montant d'une main de papier et d'un grand parchemin chez Jean Frangeux ?
Vérifiez le montant total de la facture payée à Jean Frangeux.

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Déterminer, par le calcul, le montant d'un parchemin et, par le calcul ou par lecture, le montant d'une main de papier,
- Ajouter les montants de chacun des trois types de fournitures,
- Conversion des montants en sous et deniers en montants en livres, sous et deniers ou inversement⁴⁴.

ANALYSE A PRIORI

La lecture des chiffres romains présente ici l'originalité de l'abréviation XII^{nes} pour le mot douzaine. Il a un rôle de dénuméral c'est-à-dire qu'il désigne un collectif d'objets. La lecture attentive du texte donne le prix d'une main de papier : 5 sous. Il est possible de déterminer ce montant, par un argument de retour à l'unité, à partir du montant de 4 livres et 15 sous (soit 95 sous) payés pour 19 mains. Une main coûte donc 19 fois moins que 95 sous, soit 5 sous⁴⁵.

Pour les parchemins, il s'agit d'un problème de proportionnalité de type retour à l'unité. Ici, les informations pour effectuer le calcul sont surabondantes : on a deux possibilités, soit on divise les 70 sous mentionnés par 24 (le nombre de parchemins dans deux douzaines de parchemins) soit on divise les 35 sous par 12 parchemins, $35 \text{ sous} = 12 \times 35 \text{ deniers}$, donc 35 deniers par parchemin. Dans le premier cas, la conversion en deniers semble inévitable : les 24 parchemins valent 840 deniers et un parchemin vaut donc 35 deniers, $70 \text{ sous} = 70 \times 12 \text{ d.} = 35 \times 24 \text{ d.}$ donc 35 d. le parchemin.

44. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

45. On peut mener les calculs ainsi : 4 livres et 15 sous valent $4 \times 20 \text{ sous}$ et 15 sous c'est-à-dire $4 \times 19 \text{ sous}$ et 4 sous et 15 sous soit $4 \times 19 \text{ sous}$ et 19 sous ou encore 5 fois 19 sous. En divisant par 19, on obtient le prix d'une main : 5 sous.

THÈME 6

Tenir des comptes en 1429 : de l'achat de fournitures d'écriture aux calculs des comptes

1 Pour le deuxième cas : si on part du prix de 35 sous pour 12 parchemins, on peut procéder comme précédemment en convertissant en deniers puis en divisant par 12. Mais on peut aussi remarquer que le regroupement en douzaine est justement fait pour que la mesure du prix en deniers d'une unité corresponde à la mesure du prix en sous d'une douzaine. On obtient ainsi sans calcul qu'un parchemin vaut 35 deniers.

Pour la vérification de la facture, on ajoute les montants 4 livres et 15 sous, 70 sous et 15 sous, pour obtenir un total de 4 livres et 100 sous soit 9 livres.

2 Quel est le prix d'un parchemin chez Mathelin Johenveaux ?
Le prix est-il le même que chez Jean Frangeux ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Déterminer le montant d'un parchemin par division du montant d'une douzaine,
- Conversion des montants en sous et deniers en montants en livres, sous et deniers ou inversement⁴⁶.

ANALYSE A PRIORI

La lecture des nombres en chiffres romains présente ici l'originalité de l'abréviation XII^{es}. Il s'agit d'un problème de proportionnalité de type retour à l'unité. Ici, les informations pour effectuer le calcul sont surabondantes : on a deux possibilités, soit on divise les 20 livres sous mentionnées par 48 (le nombre de parchemins dans quatre douzaines de parchemins) soit on divise les 100 sous par 12 parchemins. Dans le premier cas, la conversion en deniers semble inévitable : les 48 parchemins valent 4 800 deniers (si on sait qu'une livre vaut 240 deniers, le calcul se fait rapidement) et un parchemin vaut donc 100 deniers. Pour le cas où l'on considère le prix d'une seule douzaine : on peut procéder de la même manière en convertissant en deniers puis en divisant par 12. Mais on peut aussi remarquer que le regroupement en douzaine est justement fait pour que la mesure du prix en deniers d'une unité corresponde à la mesure du prix en sous d'une douzaine. On obtient ainsi sans calcul qu'un parchemin vaut 100 deniers.

Le prix chez Jean Frangeux est beaucoup plus avantageux que chez Mathelin Johenveaux. On peut cependant s'interroger sur la phrase "Chacune XII^{es} vaut C sous tournois parce que la monnaie est bien faible" qui incite à penser que ce prix est très élevé car la monnaie était faible à ce moment-là (dévaluation monétaire) et que les parchemins chez Jean Frangeux et Mathelin Johenveaux n'ont pas été achetés au même moment.

46. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 6

Tenir des comptes en 1429 : de l'achat de fournitures d'écriture aux calculs des comptes

3

Un feuillet coûte 20 deniers.

Combien de feuillets peut-on acheter avec 12 livres, 16 sous et 8 deniers ? Retrouvez cette quantité dans la transcription.

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Division d'un montant en livres, sous et deniers par un montant en sous par feuillets,
- Conversion des montants en sous et deniers en montants en livres, sous et deniers ou inversement⁴⁷.

ANALYSE A PRIORI

Il s'agit d'un problème de proportionnalité. On connaît le prix à l'unité et le montant payé, il s'agit de déterminer le nombre de feuillets achetés. On cherche donc combien de fois il y a 20 deniers dans 12 livres, 16 sous et 8 deniers. On convertit pour cela cette somme en deniers et on trouve 3 080 deniers. En divisant par 20, on obtient les 154 feuillets qu'il s'agit de retrouver dans la transcription. La lecture n'est pas immédiate.

En effet, l'écriture en chiffres romains utilisée dans ce passage ne correspond pas à la méthode canonique moderne : elle repose sur l'utilisation des exposants xx comme unité de numération (l'exposant indique la taille des paquets en question et le nombre qui précède le nombre de paquets). Ici, on trouve "sept vingts" qu'on pourra mettre en parallèle du "quatre-vingts" qu'on utilise. On obtient ainsi 140 et 14 ce qui donne bien les 154 feuillets cherchés.

On peut exécuter le calcul d'une autre façon sans convertir tout en denier. Comme un feuillet coûte 20 deniers, il s'agit de regrouper le coût total par paquet de 20 deniers. Pour le montant de 12 livres, le taux de conversion en sous puis en deniers permet d'obtenir 12*12 paquets de 20 deniers et donc 144 feuillets.

Pour les 16 sous et 8 deniers, on a $16\text{ s} + 8\text{d} = (16 \times 12 + 8)\text{d} = (64 \times 3 + 8) = [(60+4) \times 3 + 8]\text{d} = [(3 \times 20 + 4) \times 3 + 8]\text{d} = (9 \times 20 + 20)\text{d}$ soit $10 \times (20\text{d})$. Ainsi 16 sous et 8 deniers est le coût de 10 feuillets. On trouve bien les 154 feuillets cherchés.

47. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 6

Tenir des comptes en 1429 : de l'achat de fournitures d'écriture aux calculs des comptes

4

*Plusieurs personnes participent à l'audition des comptes.
Elles sont rémunérées 5 sous par jour et par personne pendant 16
jours. La ville dépense un total de 28 livres.
Combien de personnes ont participé à ce travail ?*

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Détermination du prix payé par la ville chaque jour ou détermination de la somme totale payée à chaque personne,
- Détermination par division du nombre de personnes ayant auditionné les comptes,
- Conversion des montants en livre et sous en montants en livres et sous⁴⁸.

ANALYSE A PRIORI

Il s'agit d'un problème de proportionnalité double. On peut procéder suivant deux procédures différentes :

- déterminer le montant que la ville paye à chaque personne puis diviser le montant total de 28 livres par ce montant. Chaque personne est rémunérée 5 sous par jour pendant 16 jours soit 80 sous ou encore 4 livres. Comme la ville a payé 28 livres, il y avait 7 personnes ;
- déterminer le montant que la ville paye chaque jour et diviser ce montant par le montant payé à chaque personne. La ville paye 28 livres pour 16 jours c'est-à-dire 560 sous pour 16 jours ce qui fait 35 sous par jour. Comme chaque personne touche 5 sous par jour, il y a donc 7 personnes.

La lecture du texte peut donner une réponse sans calcul, cependant la lecture n'est pas si aisée car, à la lecture, les noms et les titres des personnes se confondent. Une fois qu'on connaît la réponse grâce au calcul, l'identification est plus facile : il y a bien sept couples (nom, prénom) qui figurent dans le texte.

48. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 6

Tenir des comptes en 1429 : de l'achat de fournitures d'écriture aux calculs des comptes

5

Combien vaut le marc d'argent le 9 février ?

Le marc d'argent est-il plus cher le 21 juin que le 13 avril ?

À quelle période le marc d'argent est-il le moins cher ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lecture et comparaison des nombres en chiffres romains.

ANALYSE A PRIORI

L'exercice est un exercice d'organisation et de gestion de données.

L'écriture en chiffres romains utilisée dans ce passage ne correspond pas à la méthode canonique moderne : elle repose sur l'utilisation des exposants xx ou c ou encore m comme unité de numération (l'exposant indique la taille des paquets en question et le nombre qui précède le nombre de paquets) et est donc susceptible de poser des difficultés aux élèves. Une aide possible est de leur suggérer de lire le nombre à l'oral en utilisant le mot français pour le symbole utilisé en exposant "quatre mille" qui est le nombre cherché, "neuf cents", "six cents" ou encore "cinq cents" qui sont les nombres cherchés, "neuf vingts" pour lequel on pourra faire le lien avec "quatre-vingts" pour mettre les élèves sur la piste et enfin, "dix-sept cents" qui correspond à une formulation en français mais cette formulation n'est guère utilisée à l'école en mathématiques, peut-être un peu plus pour les dates historiques.

On trouve ainsi 13 livres et 10 sous pour le prix du marc d'argent le 9 février, le marc d'argent est plus cher (20 sous) le 21 juin que le 13 avril (15 sous). La période pendant laquelle est le moins cher dure du 23 octobre au 31 octobre.

THÈME 7

Entretenir la propreté des rues à Tours : les amendes contre l'insalubrité

Cor
me
cou
li

Entretenir la propreté des rues de Tours au début du XV^e siècle : les amendes contre l'insalubrité

Place de marché. Le Chevalier errant de Thomas de Salas, enluminé à Paris, vers 1400 (Paris, BnF, Fr. 10550, f. 147).



1

En quelles années ont été données ces amendes ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lecture des dates utilisant des mots-nombres et des chiffres romains (dans un écriture non standardisée : 4 symboles C consécutifs, le mot mille utilisé en lettres).

ANALYSE A PRIORI

En plus de la lecture de l'écriture en chiffres romains de l'année, il y a un enjeu culturel sur le calendrier : il s'agit de remarquer que la période court sur deux années : 1423 et 1424.

2

À partir des exemples de Raoulet le Fournier et Cardin le Conte, saurez-vous dire quelle proportion de l'amende revient à la ville et quelle proportion revient à la personne chargée des taxes ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Déterminer combien de fois une part de l'amende doit être répétée pour obtenir l'amende totale,
- Conversion des montants en sous et deniers en montants en livres, sous et deniers ou inversement⁴⁹.

ANALYSE A PRIORI

L'écriture en chiffres romains ne pose pas de problème spécifique. L'exercice consiste à déterminer combien une grandeur (la partie de l'amende reçue par la ville ou par Louis Sequart) représente par rapport à une autre (l'amende totale).

⁴⁹. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 7

Entretenir la propreté des rues à Tours : les amendes contre l'insalubrité

2 | L'énoncé mentionne que la ville reçoit deux parts (mais on ne sait pas sur combien de parts). On peut cependant déterminer la taille de part : pour l'amende de Raoulet le Fournier, une part de l'amende vaut 10 deniers. Il ne reste plus qu'à déterminer combien de fois il y a 10 deniers dans 2 sous et 6 deniers. Or deux sous et 6 deniers valent 30 deniers. Ainsi il faut 3 parts d'amende pour faire l'amende entière. Chaque part est donc un tiers de l'amende (il en faut trois pour faire un). La ville reçoit donc 2 tiers de l'amende et Louis Sequart en reçoit 1 tiers.

Pour l'amende de Cardin le Conte, on peut procéder de la même façon : une part de l'amende vaut 1 sou 6 deniers et 2 deniers soit 20 deniers. Comme 5 sous valent 60 deniers, il faut trois parts pour obtenir l'amende entière. Ainsi chaque part est un tiers de l'amende (il faut trois parts pour faire l'amende : chaque part est donc un tiers de l'amende). La ville reçoit donc 2 tiers de l'amende et Louis Sequart en reçoit 1 tiers.

Une autre stratégie consiste à vérifier que la proportion trouvée pour l'amende de Raoulet le Fournier convient pour l'amende de Cardin le Conte. Pour cela, on doit calculer les deux tiers de 5 sous. Or un tiers de 5 sous vaut un tiers de 60 deniers c'est-à-dire 20 deniers⁵⁰. Finalement deux tiers de 5 sous valent 40 deniers soit 3 sous et 4 deniers c'est le résultat indiqué. La proportion est donc la même pour les deux amendes.

Une troisième solution consiste à remarquer que 5 sous est le double de 2 sous et 6 deniers et que 3 sous et 4 deniers est le double de 20 deniers. Ainsi l'amende est double et la part reçue par la ville est double. La proportion n'a donc pas changé.

50. On pourrait aussi argumenter en disant qu'un sou vaut 12 deniers, ainsi 1 tiers de sou vaut 4 deniers et 1 tiers de cinq sous vaut 20 deniers.

THÈME 7

Entretenir la propreté des rues à Tours : les amendes contre l'insalubrité

3 | À la lecture de textes, retrouvez les quatre montants différents d'amendes. Pour chacun de ces montants, calculez le montant qui revient à la ville en utilisant la proportion obtenue à la fiche "Des ordures sur la place de Foire du Roy".

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Déterminer les deux tiers d'une quantité,
- Conversion des montants en sous et deniers en montants en livres, sous et deniers ou inversement⁵¹.

ANALYSE A PRIORI

L'écriture en chiffres romains ne pose pas de problème spécifique. Les quatre montants d'amende sont 2 sous et 6 deniers, 5 sous, 10 sous et 20 sous. On peut remarquer que chacun est le double du précédent.

Il reste à déterminer les deux tiers de chacun des quatre montants. Pour cela, on commence par déterminer le tiers de chacun des montants et on prendra ensuite le double de ce résultat. Le tiers d'un montant est le montant qu'on doit prendre 3 fois pour obtenir le montant de l'amende (des tiers, il en faut trois pour faire un).

Pour l'amende de 2 sous et 6 deniers, c'est-à-dire 30 deniers, on cherche un montant qu'on doit prendre 3 fois pour obtenir 30 deniers, on obtient 10 deniers. De même, pour l'amende de 5 sous soit 60 deniers, le tiers est 20 deniers (car 3 fois 20 vaut 60). On continue pour l'amende à 10 sous = 120 deniers, on obtient 40 deniers (car 3 fois 40 = 120) et pour l'amende à 20 sous = 240 deniers, on obtient 80 deniers (car 3 fois 80 = 240).

On a déterminé le tiers de chaque amende. Pour obtenir le montant perçu par la ville, on doit calculer les deux tiers soit le double des montants précédents (2 tiers c'est 2 fois un tiers). Ainsi les montants perçus par la ville sont respectivement 20 deniers, 40 deniers, 80 deniers et 160 deniers soit 1 sou et 8 deniers, 3 sous et 4 deniers, 6 sous et 8 deniers, et 13 sous et 4 deniers.

En remarquant que chaque amende est le double de la précédente, on peut éviter de calculer à chaque fois les deux tiers du montant total. On calcule les 2 tiers de l'amende de 2 sous et 6 deniers par la méthode précédente soit 20 deniers et on double successivement les résultats pour obtenir les deux tiers des autres amendes.

51. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 8

Organiser la vie religieuse et civique : les processions de la Pentecôte de la ville d'Orléans en 1427



1

Combien les processions ont-elles coûté ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Ajouter des montants,
- Réduire des montants en livre et sous en leur forme minimale⁵².

ANALYSE A PRIORI

L'écriture en chiffres romains ne pose pas de problème spécifique. En ajoutant les montants, on obtient 4 livres et 70 sous soit 7 livres et 10 sous.

⁵². Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

THÈME 8

Organiser la vie religieuse et civique : les processions de la Pentecôte de la ville d'Orléans en 1427

2

Combien coûteraient-elles si on voulait utiliser neuf torches
au lieu de six ?

TÂCHES À RÉALISER POUR LES ÉLÈVES

- Lectures des nombres en chiffres romains,
- Distinguer ce qui relève du coût des torches et est donc soumis à de la proportionnalité,
- Déterminer les nouveaux montants et les ajouter,
- Réduire des montants en livre et sous en leur forme minimale⁵³.

ANALYSE A PRIORI

Ce problème relève de la proportionnalité et il nécessite en plus de distinguer dans l'énoncé les coûts proportionnels au nombre de torches et ceux qui ne le sont pas.

L'écriture en chiffres romains ne pose pas de problème spécifique. À l'exception de la dépense pour frère Guillaume de Beye, cordelier, qui donne le sermon, toutes les dépenses sont liées aux torches et ceci de façon proportionnelle. Or pour passer de 6 à 9 torches, on ajoute 3 torches, c'est-à-dire la moitié de 6 torches. Il faut ainsi ajouter la moitié aux différents montants indiqués.

On obtient ainsi le montant de 6 sous, 16 sous (inchangé), 6 livres et 24 sous, 12 sous, 24 sous, 6 sous et 9 sous.

En ajoutant les montants, on obtient 6 livres et 97 sous soit 10 livres et 17 sous.

On pourrait envisager une autre stratégie : considérer que tous les montants sont proportionnels puis retrancher ce qu'on aurait ajouté de trop pour la dépense de frère Guillaume : en effet, on aurait ajouté 8 sous de trop.

Avec cette procédure, on utilise le résultat de la question précédente pour déterminer le montant si tout avait été proportionnel au nombre de torches. En ajoutant à 7 livres et 10 sous, la moitié de 7 livres et 10 sous, on obtient un montant de 10 livres et 10 sous et 15 sous soit 11 livres et 5 sous. Mais le prix payé à frère Guillaume n'est pas proportionnel au nombre de torches. On a compté 8 sous entre trop. Il reste donc 10 livres et 17 sous.

53. Pour plus de détails sur ce point particulier, on pourra consulter les éléments sur les problèmes 1 et 2 du thème 1.

ANNEXES

L'ÉCRITURE EN CHIFFRES ROMAINS : LES PRÉREQUIS

$I = 1$

$V = 5$

$X = 10$

$L = 50$

$C = 100$

$D = 500$

$M = 1\ 000$

$I_1 \quad II_2 \quad III_3$

$IV_4 \quad V_5 \quad VI_6$

$VII_7 \quad VIII_8$

IX_9 ou $VIII_9$

$X_{10} \quad XI_{11} \quad XII_{12}$

$V=IIII$

$X=VV$

$L=XXXXX$

$C=LL$

$IIII^{XX}$

*La notation des chiffres romains
en exposant se lit par : 4 x 20.*

L'écriture en chiffres romains présentées aujourd'hui est une reconstruction avec des règles beaucoup plus strictes que ce qu'elles pouvaient être au moyen-âge. Au moyen-âge, c'est l'usage qui prévalait sur une règle. Ainsi, dans les manuscrit du grand livre, on trouve des IIII pour désigner 4, des VIII pour 9, des mille écrits tantôt en lettres et tantôt par le symbole M.



FIGURE 1 – Paris, Bibliothèque nationale de France, ms. fr. 13929, fol. 45r (15^e s.) © Gallica

CALCUL, ABAQUE, JETONS

L'utilisation médiévale la mieux connue de ce type de calcul est celle qui en a été faite par les comptables publics des diverses nations occidentales, qu'il s'agisse de l'échiquier anglais, de la chambre des comptes de France ou bien de celle du roi d'Aragon. Mais il faut bien noter que ce genre de « machine à calculer » était employé partout où l'on manipulait des deniers et des nombres, chez les marchands, les changeurs, les arpenteurs, etc. La pénurie documentaire médiévale paraît bien signaler que la manière d'enseigner ce calcul est alors celle de l'exemple et de l'apprentissage dans la relation de maître à élève.

Pierre Portet, « Les techniques du calcul élémentaire dans l'Occident médiéval : un choix de lectures », dans : *Écrire, compter, mesurer. Vers une histoire des rationalités pratiques*, N. Coquery, F. Menant, F. Weber (éds.), Presses de l'ENS, Paris, 2006, pp. 51-66.

ADDITIONNER

Ajouter

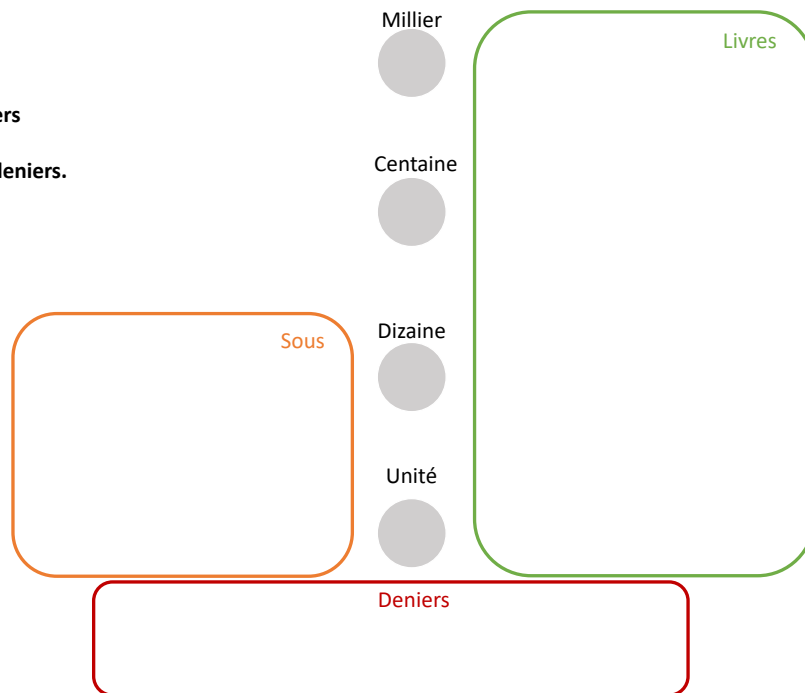
4 livres, 1 sou, 2 deniers

Plus 5 livres, 3 sous, 1 denier

Plus 70 livres, 5 sous, 2 deniers

Plus 300 livres

Plus 1 500 livres, 10 sous, 6 deniers.



Ajouter

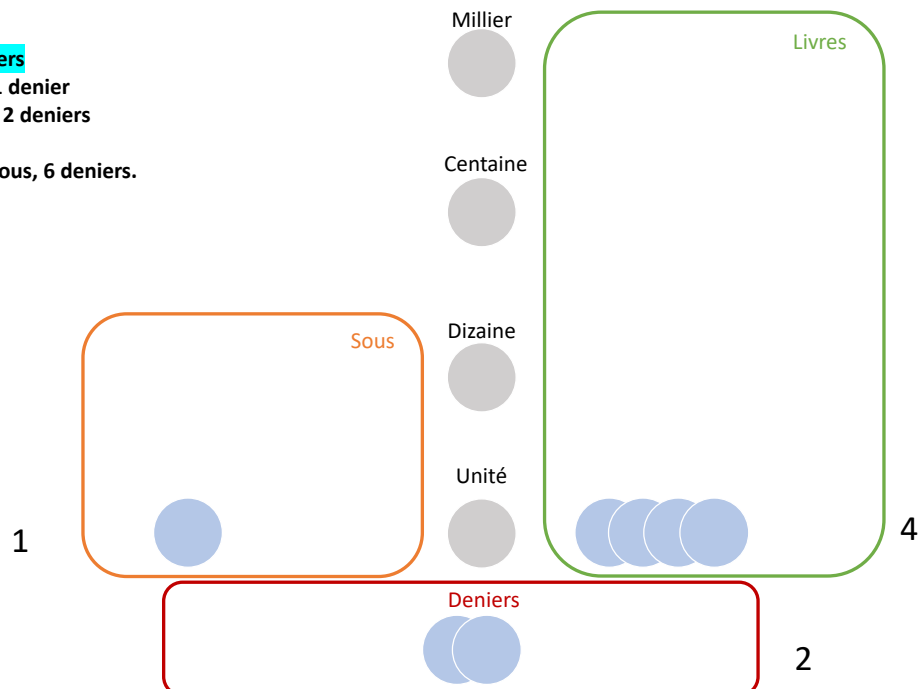
4 livres, 1 sou, 2 deniers

Plus 5 livres, 3 sous, 1 denier

Plus 70 livres, 5 sous, 2 deniers

Plus 300 livres

Plus 1 500 livres, 10 sous, 6 deniers.



ADDITIONNER

Ajouter

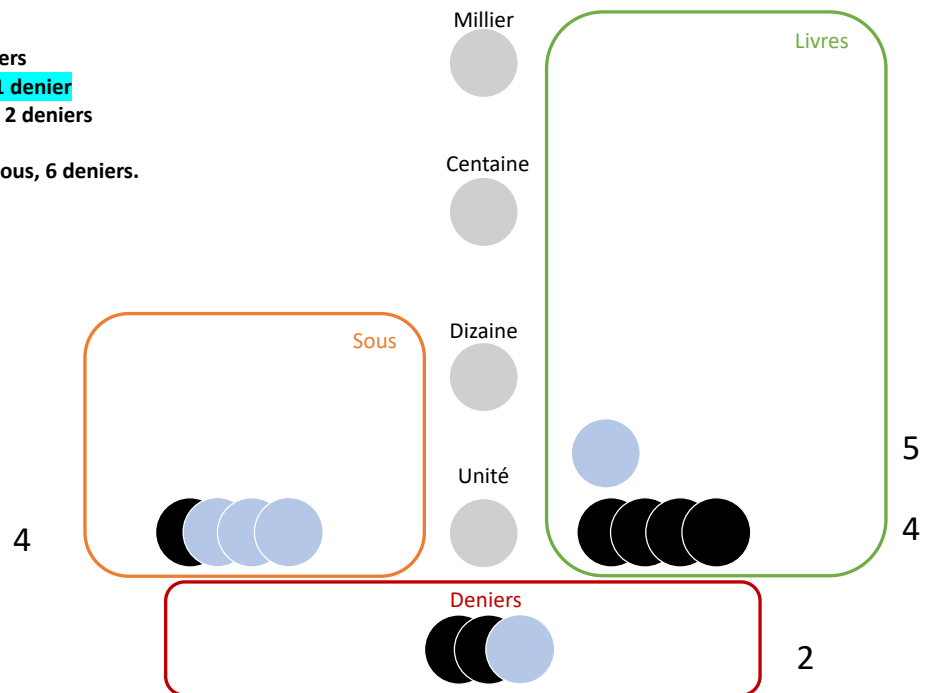
4 livres, 1 sou, 2 deniers

Plus 5 livres, 3 sous, 1 denier

Plus 70 livres, 5 sous, 2 deniers

Plus 300 livres

Plus 1 500 livres, 10 sous, 6 deniers.



Ajouter

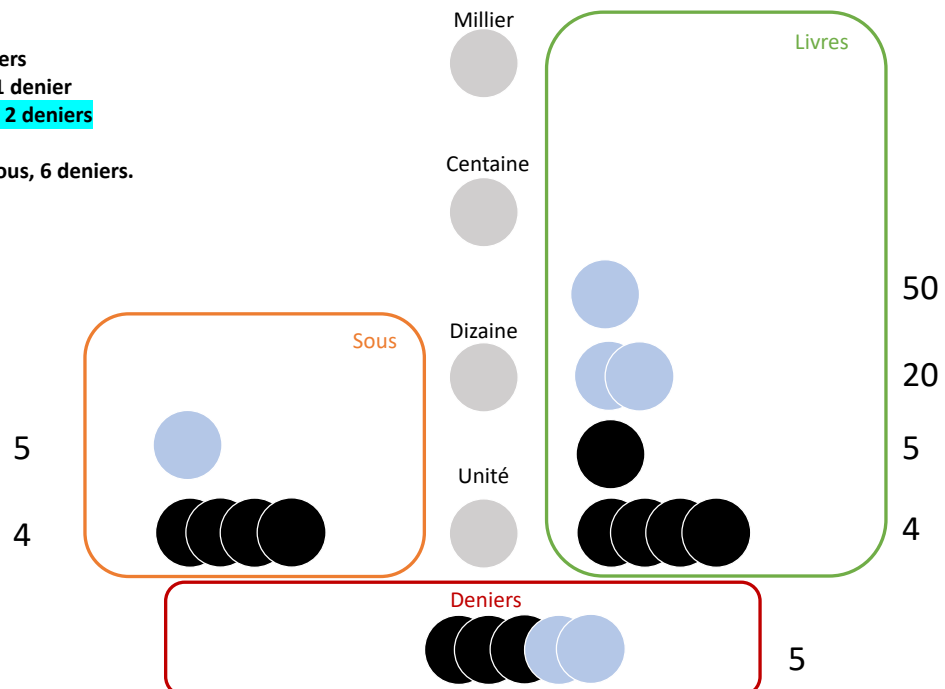
4 livres, 1 sou, 2 deniers

Plus 5 livres, 3 sous, 1 denier

Plus 70 livres, 5 sous, 2 deniers

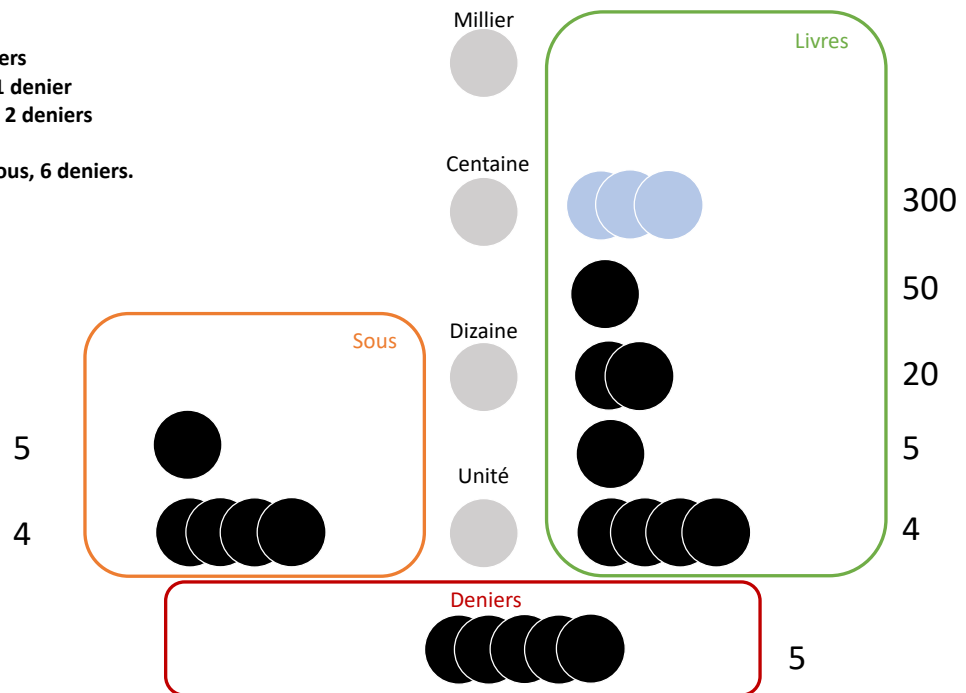
Plus 300 livres

Plus 1500 livres, 10 sous, 6 deniers.

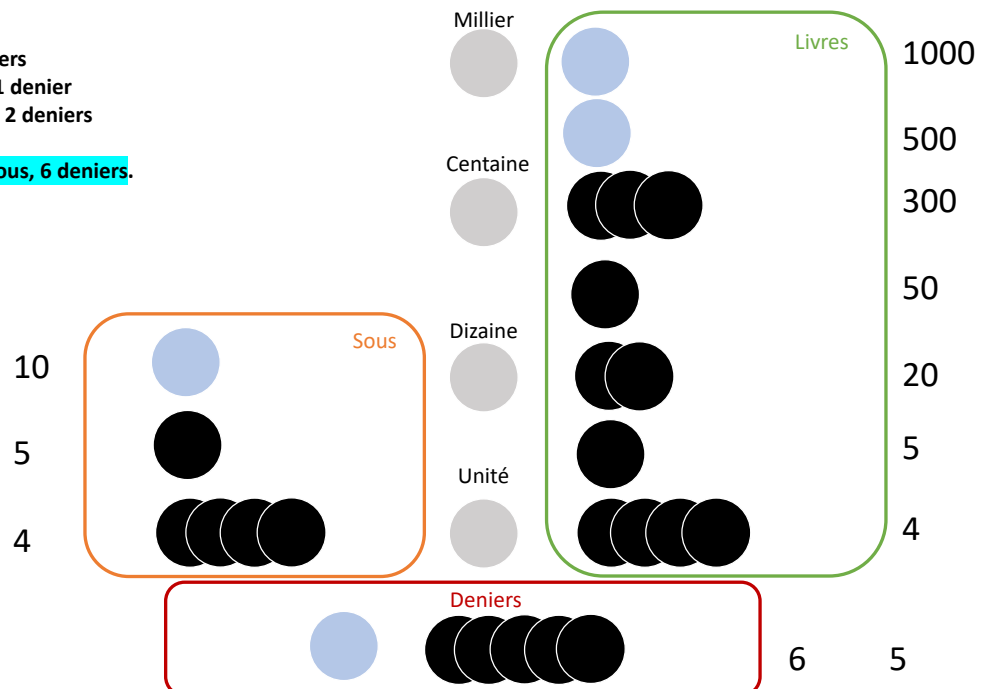


ADDITIONNER

Ajouter
 4 livres, 1 sou, 2 deniers
 Plus 5 livres, 3 sous, 1 denier
 Plus 70 livres, 5 sous, 2 deniers
 Plus 300 livres
 Plus 1500 livres, 10 sous, 6 deniers.



Ajouter
 4 livres, 1 sou, 2 deniers
 Plus 5 livres, 3 sous, 1 denier
 Plus 70 livres, 5 sous, 2 deniers
 Plus 300 livres
 Plus 1500 livres, 10 sous, 6 deniers.



ADDITIONNER

Ajouter

4 livres, 1 sou, 2 deniers

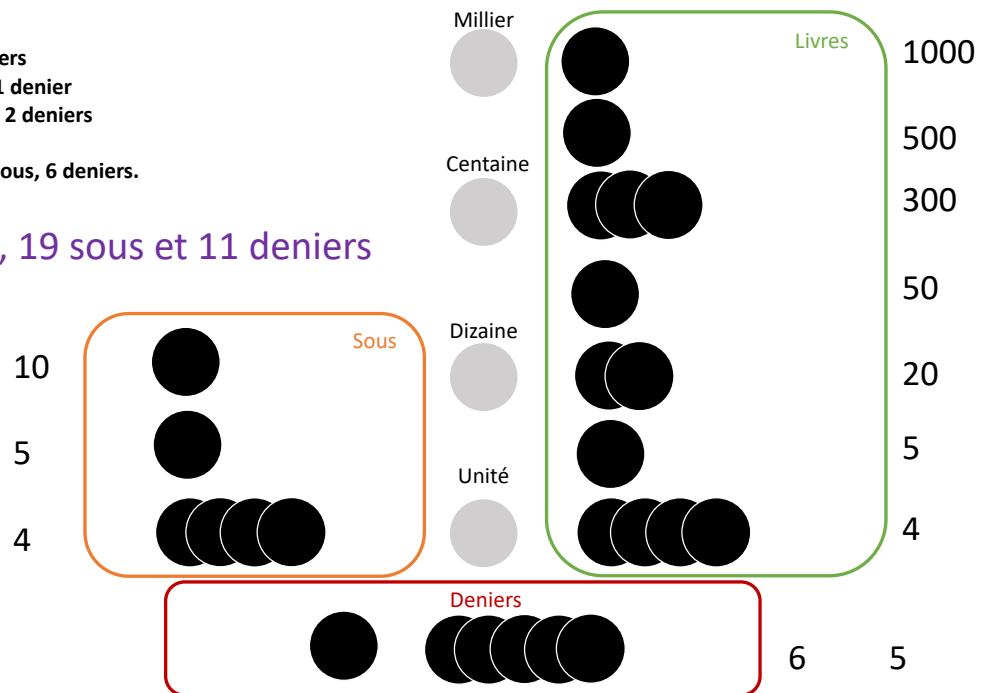
Plus 5 livres, 3 sous, 1 denier

Plus 70 livres, 5 sous, 2 deniers

Plus 300 livres

Plus 1 500 livres, 10 sous, 6 deniers.

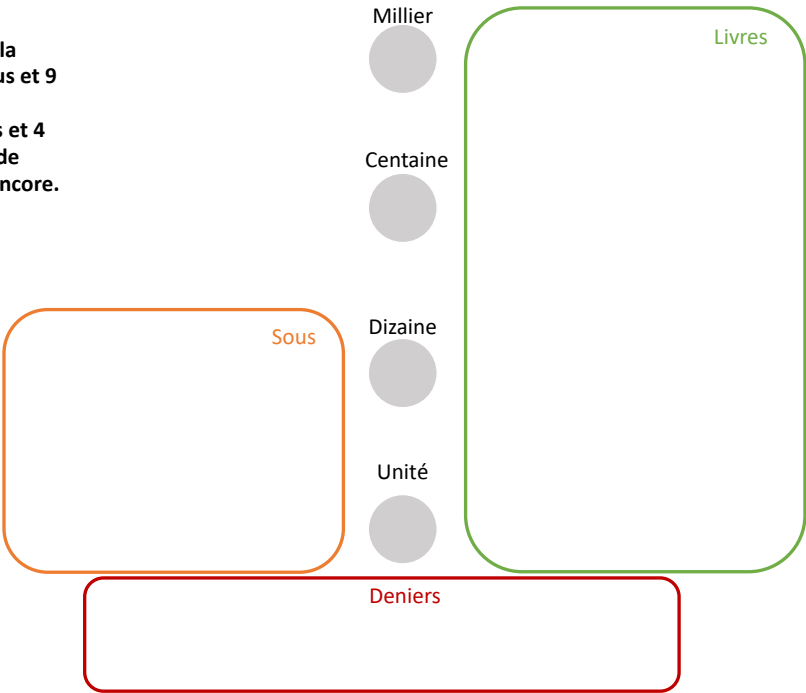
1 879 livres, 19 sous et 11 deniers



SOUSTRAIRE

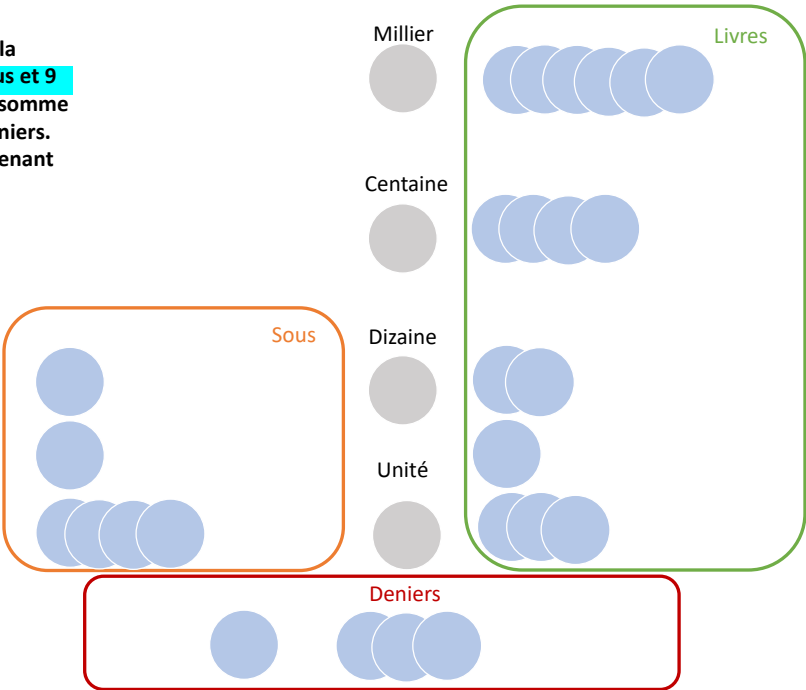
Soustraire

Un marchand doit à un autre la somme de 6 428 livres, 19 sous et 9 deniers dont il a déjà payé la somme de 5 205 livres, 7 sous et 4 deniers. Le marchand demande maintenant combien il doit encore.



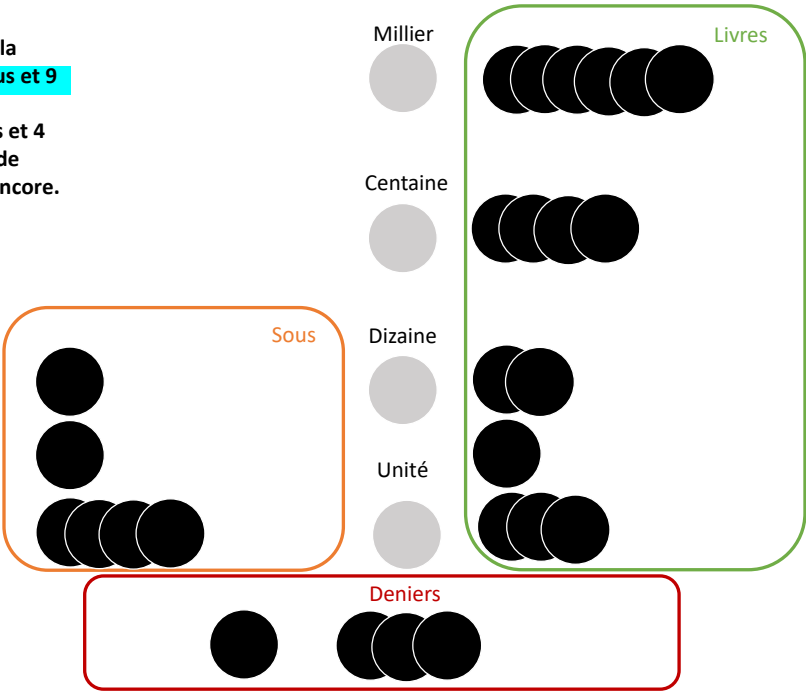
Soustraire

Un marchand doit à un autre la somme de 6 428 livres, 19 sous et 9 deniers dont il a déjà payé la somme de 5 205 livres, 7 sous et 4 deniers. Le marchand demande maintenant combien il doit encore.

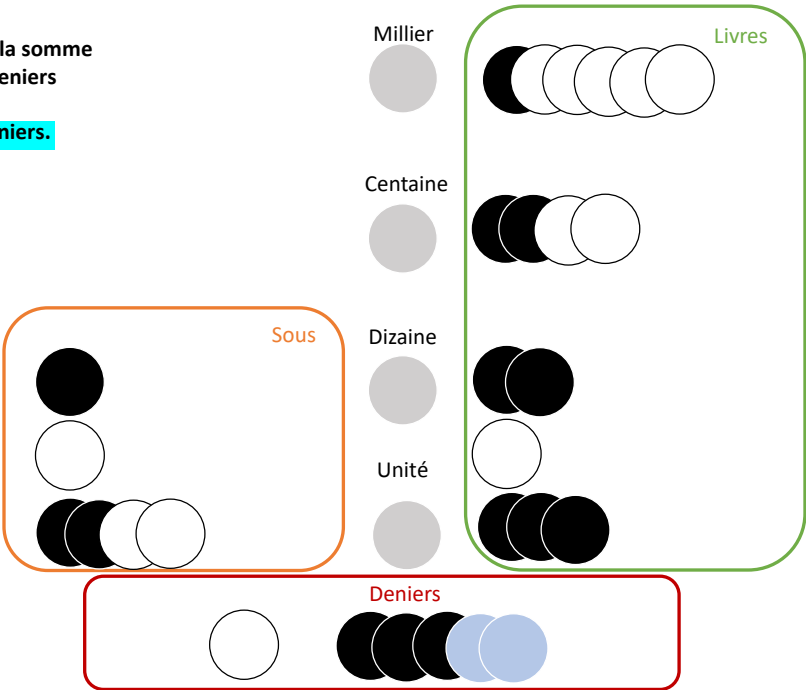


SOUSTRAIRE

Soustraire
Un marchand doit à un autre la somme de 6 428 livres, 19 sous et 9 deniers dont il a déjà payé la somme de 5 205 livres, 7 sous et 4 deniers. Le marchand demande maintenant combien il doit encore.



Soustraire
Un marchand doit à un autre la somme de 6 428 livres, 19 sous et 9 deniers dont il a déjà payé la somme de 5 205 livres, 7 sous et 4 deniers. Le marchand demande maintenant combien il doit encore.

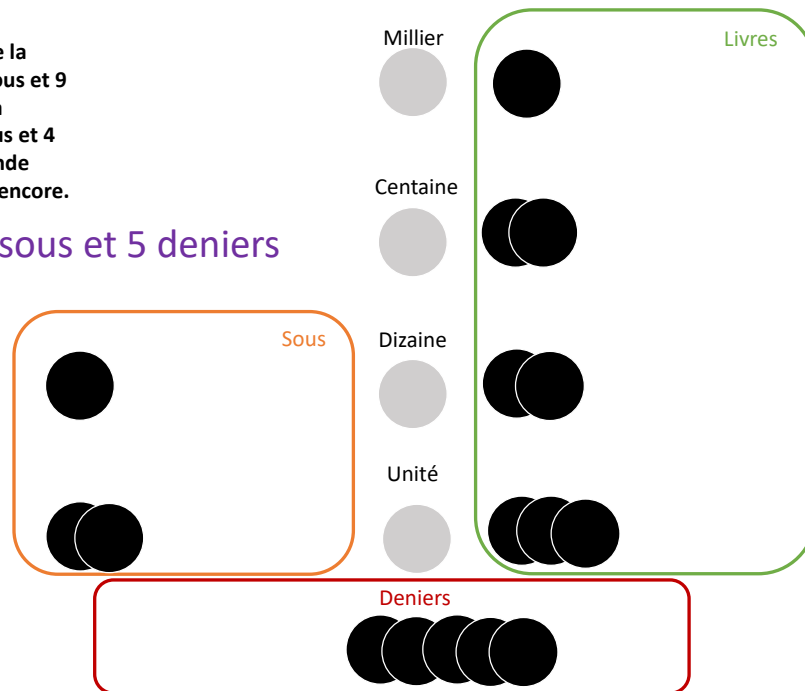


SOUSTRAIRE

Soustraire

Un marchand doit à un autre la somme de 6 428 livres, 19 sous et 9 deniers dont il a déjà payé la somme de 5 205 livres, 7 sous et 4 deniers. Le marchand demande maintenant combien il doit encore.

1 223 livres, 12 sous et 5 deniers



MONNAIES RÉELLES, MONNAIES DE COMPTE - TOURNOIS ET PARISIS

On utilisait toute une série de pièces de monnaie :

- Des pièces d'or de haute valeur (appelées écus, royaux, moutons, francs à cheval, selon l'image qui figurait sur la pièce).
- Des monnaies d'argent (appelées gros ou blancs à cause de leur taille et de leur couleur). Des petites monnaies appelées « monnaies noires » car elles contenaient peu d'argent (blanc) et beaucoup de cuivre.

La pièce de base, l'unité, était le petit denier (noir).

Pour le denier, le demi-denier (obole) ou le double (2 deniers) la valeur des pièces est facile à déterminer.

Les autres pièces d'or et d'argent ont une valeur exprimée en deniers.

Un blanc qui contenait 10 fois plus d'argent que la pièce d'un denier valait 10 deniers.

Pour les pièces d'or de grande valeur on n'exprimait en général pas leur valeur en deniers mais en sous et en livres qui étaient les multiples du denier utilisés à l'époque.

1 sou (s.) = 12 deniers (d.)

1 livre (l.) = 20 sous = 240 deniers.

Par exemple entre 1385 et 1420, l'écu d'or valait 22 sous 6 deniers ou 1 livre 2 sous 6 deniers ou 270 deniers.

240 deniers (pour 1 livre)

Plus 24 deniers (pour 2 sous ou 2 x 12 deniers)

Plus 6 deniers

Soit, au total, 270 deniers

Entre 1360 et 1385 le franc d'or valait 20 sous ou 240 deniers

Entre 1435 et 1447 l'écu valait 25 sous (300 deniers) puis entre 1447 et 1473 27 sous 6 deniers (330 deniers).

TOURNOIS ET PARISIS

À Tours ou à Amboise la pièce de référence était le denier *tournois* (de Tours).

À Orléans les comptables utilisaient le denier *parisis* (de Paris).

Les deux pièces n'avaient pas le même poids d'argent et donc pas la même valeur.

4 deniers parisis valaient 5 deniers tournois

1 denier parisis = 1,25 denier tournois

1 denier tournois = 0,8 denier parisis

Par exemple le franc d'or qui valait 1 livre tournois (ou 20 sous ou 240 deniers tournois) valait 0,8 livre parisis ou 16 sous parisis (ou 192 deniers parisis)



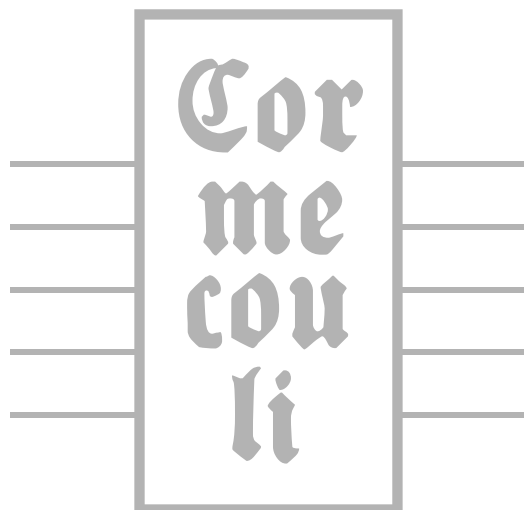
DENIER PARISIS



DENIER TOURNOIS

NOTES

NOTES



Cette mallette pédagogique a été réalisée par Centre• Sciences, CCSTI de la région Centre-Val de Loire avec le concours des laboratoires de recherches de CeTHIS de l'université de Tours, IRAMAT et POLEN de l'université d'Orléans, la MSH Val de Loire, l'IREM de Limoges, l'IREM de Paris Nord, l'IREM de Dijon et l'IREM Centre-Val de Loire et le soutien financier de la région Centre-Val de Loire.

.....
Graphisme : B. Matrion 2022-2023
.....