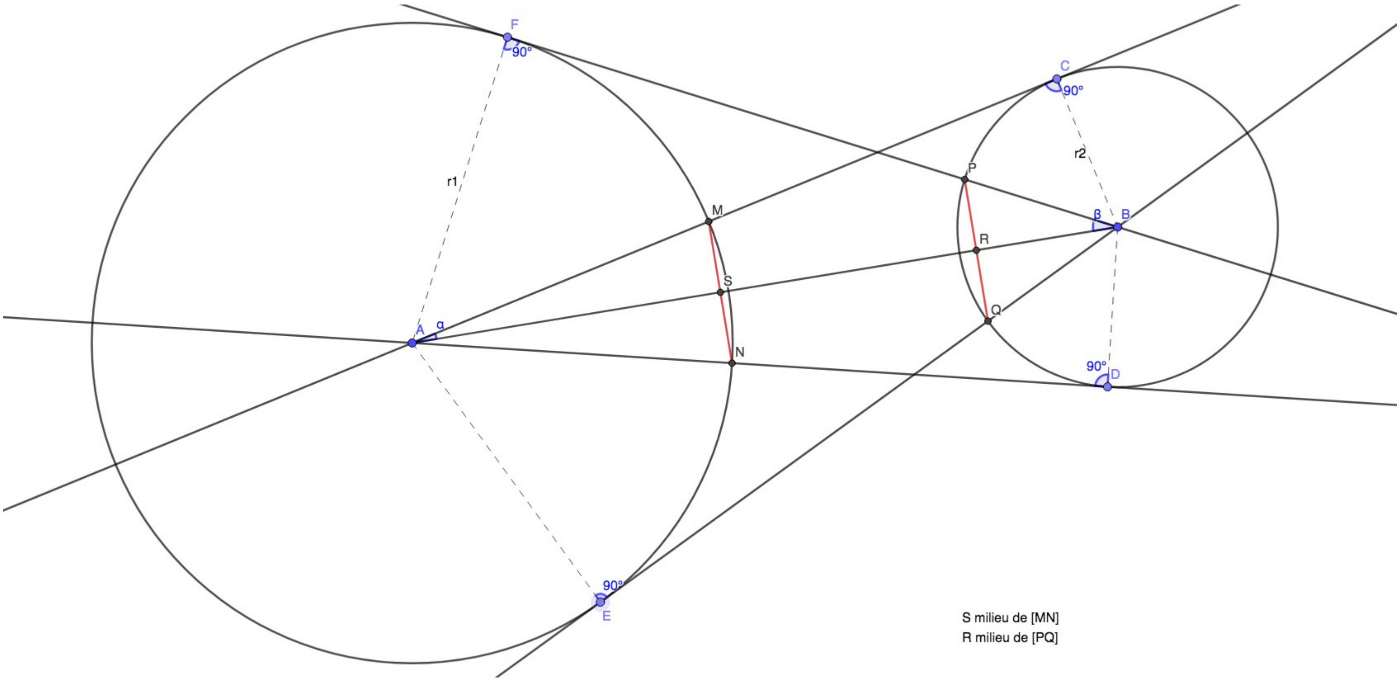
Solution au problème proposé dans le documentaire
La recherche en maths, c'est quoi ?



• <u>Comment prouver que MN = PQ ?</u>

Démonstration

Soit S le milieu du segment [MN] et R le milieu du segment [PQ]. Posons $\alpha = \widehat{MAS}$

On a $\alpha = \widehat{CAB}$

$\sin \alpha = \frac{MS}{AM} = \frac{BC}{AC}$

d'où : $MS = \frac{BC}{AB} \times AM = \frac{r1\ r2}{AB}$

donc $MN = 2\frac{r1\ r2}{AB}$.

De même, en posant $\beta = \widehat{PBR}$, on a $\beta = \widehat{FBA}$

d'où : $\sin \alpha = \frac{PR}{PB} = \frac{AF}{AB}$

=> $PR = \frac{BC}{AB} \times AM = \frac{r1\ r2}{AB}$

donc $PQ = 2\frac{r1\ r2}{AB}$.

ce qui assure que : $\boxed{PQ = MN}$

• <u>Comment prouver que MN // PQ ?</u>

Démonstration

AF = AE donc A appartient à la médiatrice de [EF]

AM = AN donc A appartient à la médiatrice de [MN].

Puisque S est le milieu de [MN], alors (AS) est perpendiculaire à (MN) et à (EF).

Donc : (EF) // ((MN)

D'autre part, on a BF = BE donc B appartient à la médiatrice de (EF), donc (AB) est perpendiculaire à (EF).

Comme (EF) // (MN), alors (AB) $\perp$ (MN).

De la même manière, on montre que (AB) $\perp$ (PQ).

Ce qui assure que : $\boxed{(MN) \perp (PQ)}$.