document
au 01/05/2015

cahier de l'animateur

UNESCO

IMU

Centre Sciences CCSTI de la région Centre

ADECUM

Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach

Mathématiques de la planète Terre

Une exposition scientifique, “open source”, interactive et itinérante

La Terre est une planète vivante. Le manteau terrestre est animé de processus dynamiques, les océans et l’atmosphère créent les climats, causent des désastres naturels et influencent les aspects fondamentaux de la vie, l’évolution des espèces et l’écologie des systèmes supportant la vie.

Au-delà de ces processus naturels, l’espèce humaine a développé des systèmes d’une grande complexité, incluant les systèmes économiques et financiers, la Toile, des cadres de gestion des ressources, de transports, de production et d’administration des soins de santé, et des organisations sociales sophistiquées.
L’activité humaine a crû au point où elle influence directement le climat global, a un impact sur la capacité de la planète de s’autosuffire et menace la stabilité de ces systèmes.

Des enjeux comme les changements climatiques, le développement durable, les désatres créés par l’homme, le contrôle des maladies et des épidémies, la gestion des ressources et l’intégration globale sont maintenant à l’avant-scène.

Mathématiques de la planète Terre

Cette exposition “open source”, interactive et itinérante, réalisée sous le patronage de l’UNESCO, propose des présentations interactives et multimédia autour de thèmes comme :
- La météo, le climat et l’environnement
- la santé, les services sociaux
- les ressources planétaires
- la dynamique des populations, l’écologie et l’évolution des espèces
- la gestion efficace des énergies
- le réseautage planétaire
- les processus géophysiques
- l’économie globale, la sécurité et la stabilité

Cette exposition présente des thèmes anciens des mathématiques et d'autres qui s'appuient sur les recherches actuelles. L'exposition fait appel à des collaborations fortes entre équipes multinationales ainsi qu'à des recherches qui dépassent les frontières disciplinaires.
L'exposition a ainsi bénéficié des collaborations généreuses de nombreux chercheurs que nous tenons ici à remercier chaleureusement.

Cette exposition est destinée à un large public et, en particulier, aux jeunes ; un effort important est fait pour que les explications soient compréhensibles par les collégiens et lycéens et suscitent la curiosité des plus jeunes. Pour rendre l'exposition plus attractive, le visiteur sera invité à manipuler lui-même, chaque fois que l'expérience s'y prête.

Les expériences proposées sont accompagnées de documents plus généraux qui montrent comment chacun des sujets trouve une résonance dans les recherches mathématiques, qu'il s'agisse de recherches fondamentales ou d'applications.

Chaque fois que cela nous semble intéressant, nous présentons également des éléments historiques en relation avec l'expérience et nous nous efforçons de montrer comment la recherche passée ou récente s'inscrit dans le temps (les questions posées, les réponses apportées, les applications…).

Cette exposition a été réalisé
sous le patronage de **l'Unesco** et de **l'IMU**
par
- **Imaginary** (Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach)
- **Centre•Sciences** (CCSTi Région Centre - Val de Loire)
- **l'Adecum** (Association pour le développement des mathéatiques)

Les responsables de la réalisation scientifique sont :

- Mireille Chaleyat-Maurel (Université Paris Descartes)
- Michel Darche (Centre•Sciences & Adecum)
- Andreas Daniel Matt (MFO & Imaginary)
- Christiane Rousseau (Université de Montréal)

La coordination muséologique est assurée par

- Centre•Sciences, CCSTi de la région Centre (Orléans)
- Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (MFO)
- MPE2013 competition

L'exposition a été inaugurée le 5 mars 2013 à l'UNESCO - Paris

La réalisation et la circulation de la version itinérante sont assurées par Centre•Sciences et Imaginary.

Conception et réalisation des modules interactifs

Centre•Sciences, CCSTi de la région Centre - Orléans

Réalisation des modules numériques et vidéos de la compétition

Idée, Design, Programme : participants de la compétition MPT 2013
Jury présidé par Ehrhard Behrends (Freie Université de Berlin)
Conseil technique : Christian Stussak (MFO)

Open Source Platform

IMAGINARY - open mathematics

Tous les contenus numériques de cette exposition sont disponibles en téléchargement sous une licence open source.

Pour organiser votre propre exposition, nous vous invitons à copier et dupliquer les objets exposés.

L'exposition est également ouverte aux nouvelles contributions sous forme de photos, de films, de modules interactifs ou physiques.

Les expériences ont été développées avec la complicité des chercheurs :

- Jean Brette - Paris
- Jean-Pierre Brun - Université Rennes 1
- Michel Darche - Centre•Sciences
- Etienne Guyon - ESPCi - Paris
- Bernard Melguen - Université de Nantes
- Noureddine Mohammedi - Université de Tours
- Pierre Pansu - Université de Paris sud
- Christiane Rousseau - Université de Montréal

et, à la réalisation, de

- Bcf-plv - Jouy le Potier - Loiret
- Centre•Sciences - CCSTi Région Centre - Val de France
- S[cube]-CCSTi Île-de-France
- Tryame - Le Perreux - Paris

Les traductions en anglais sont de

- Christiane Rousseau - Université de Montréal
- Jennifer Hellal - BRGM Orléans

et, surtout,

- Colin Christopher - Plymouth University

La conception graphique est de

- Samuel Roux - Orléans

Les impressions numériques de

- API - Saint Denis en Val (Loiret)

sommaire

Anamorphose cylindrique de la Terre

Ceci n'est pas un globe !

mais une anamoprphose linéaire du globe terrestre

Autoportrait de M.C. Escher - 1935

Que retenir ?

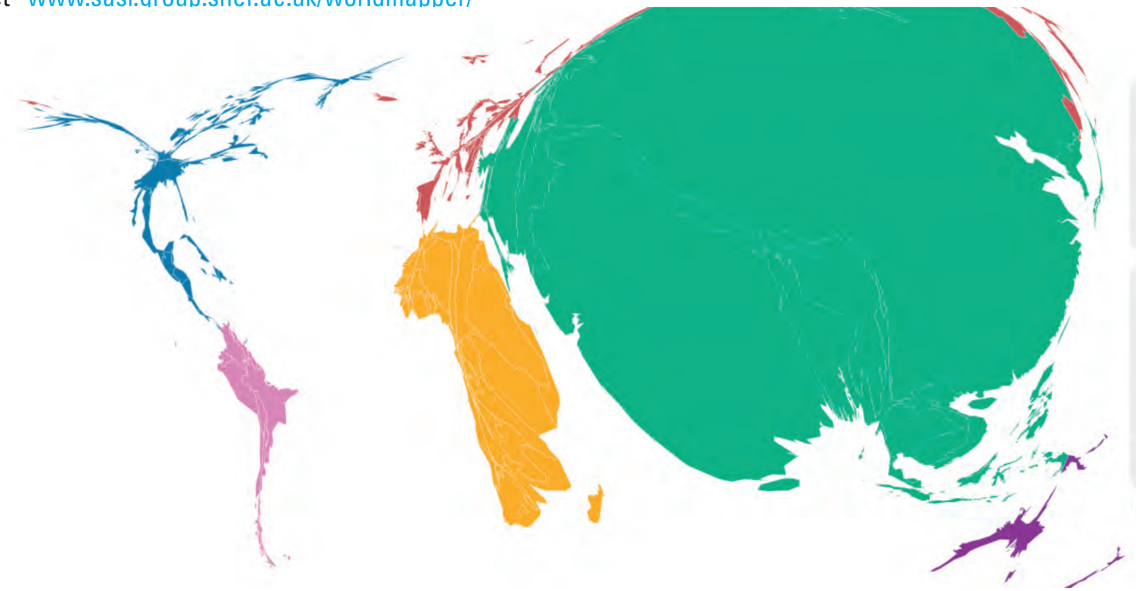
Une anamorphose est une représentation déformée d'un objet en 2D ou 3D, qui ne reprend sa configuration véritable qu'en étant regardée soit directement sous un angle très particulier (anamorphoses linéaires), soit indirectement dans un miroir cylindrique, conique...
Les anamorphoses linéaires apparaissent dans l'art dès la Renaissance ; les anamorphoses à miroir se développent à partir du XVIIe, jusqu'à devenir un objet de divertissement très répandu au XIXe et très utilisé au XXe, des décors de théatre aux trompe-œil et à la signilatique routière.

Des cartes anamorphosées

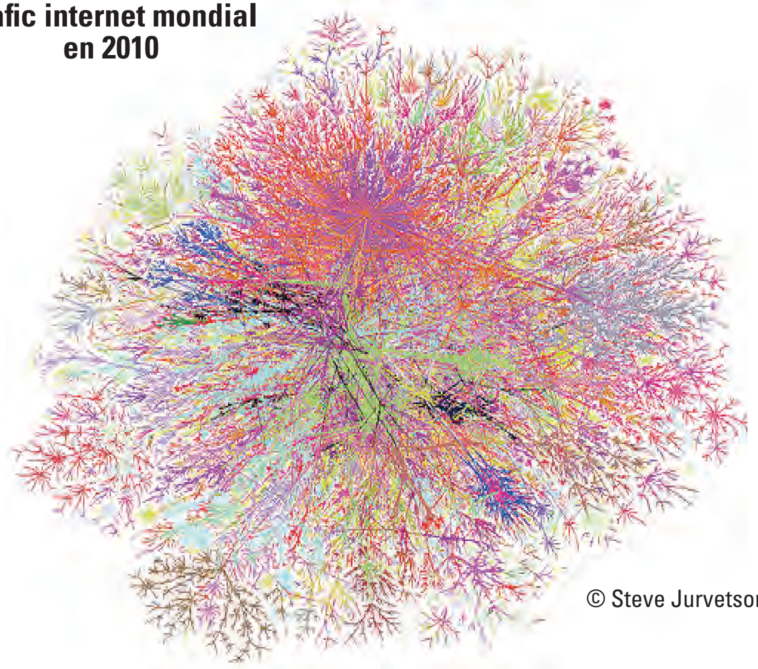
Comme on peut le voir sur la table 1, les projections cartographiques planes classiques s'efforcent de conserver une ou plusieurs propriétés géométriques du globe terrestre (angles, distances kilométriques, aires de régions...).
Les cartes anamorphosées, au contraire, modifient volontairement la géométrie pour apporter visuellement d'autres informations (distances-temps, populations,...).
Elles utilisent fortement les outils mathématiques et informatiques.

idée & réalisation : Centre•Sciences

voir : www.mathcurve.com/courbes3d/anamorphose/anamorphose3d.shtml
et www.sasi.group.shef.ac.uk/worldmapper/

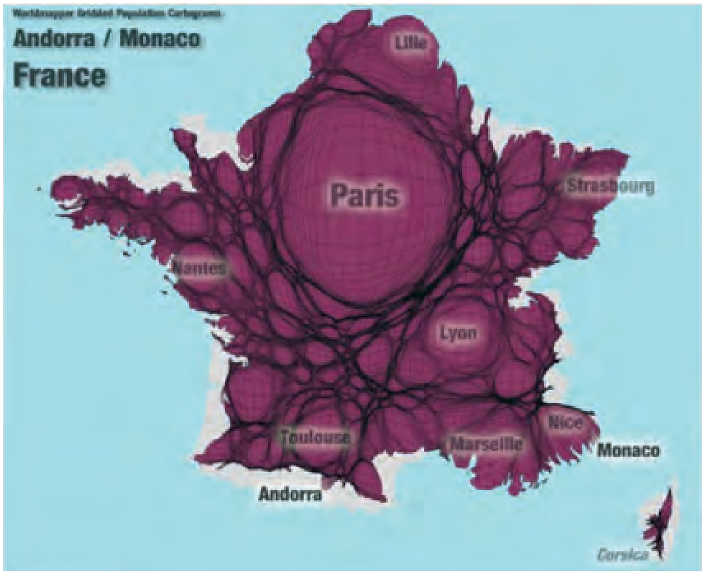


Trafic internet mondial en 2010



© Steve Jurvetson

www.francknlemba.com/2010/09/croissance-du-trafic-internet-mondial/
ou jl.cervella.free.fr/page4/communica.html



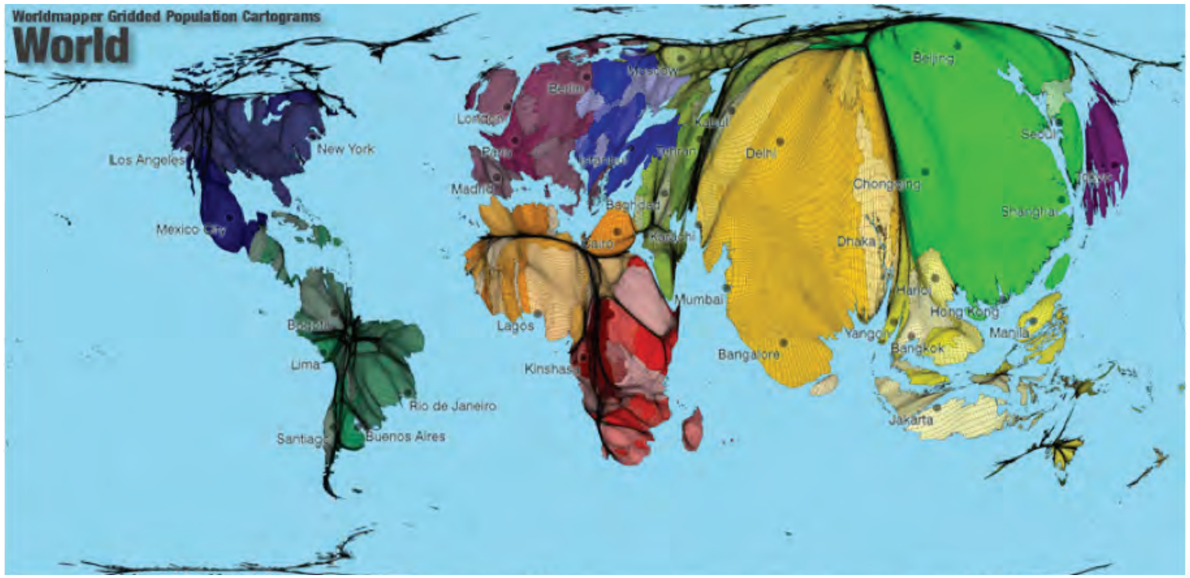
Anamorphoses cartographiques

La France en TGV

Cette carte montre les distances-temps entre les villes par liaisons TGV en 2011

La France, le monde en fonction de la densité de population

www.tuxboard.com/carte-pays-densite-population/ et mappemonde.mgm.fr/num17/articles/art08105.html



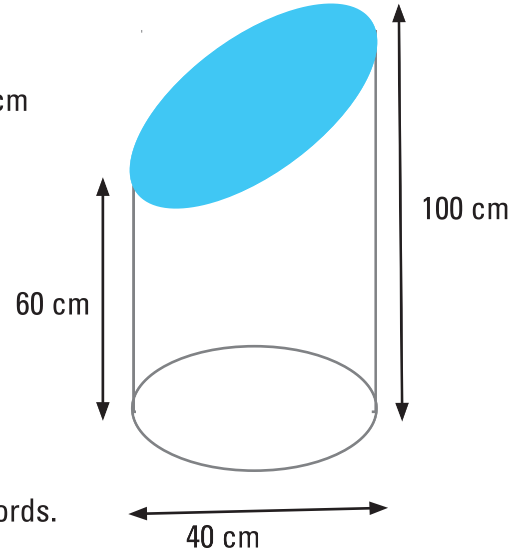
Pour refaire la manipe

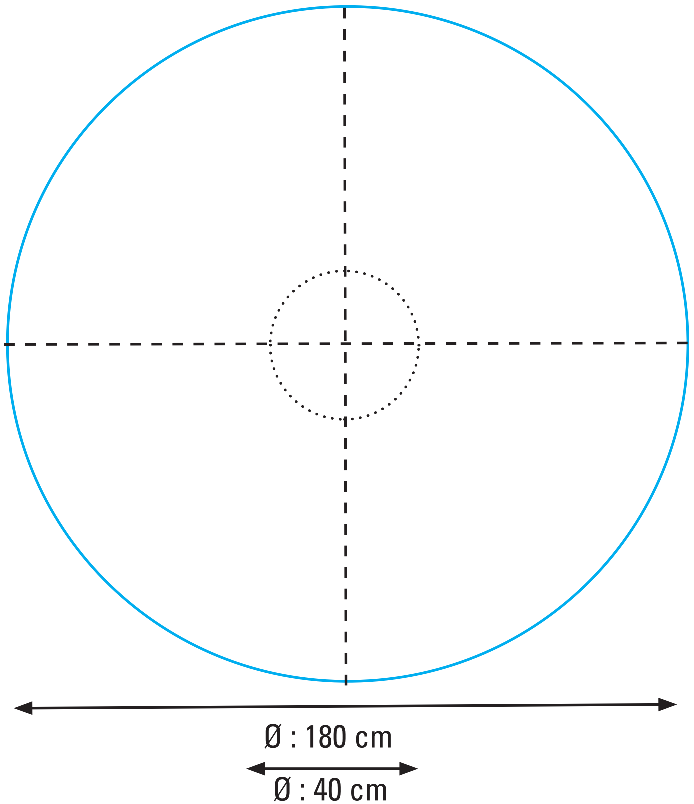
- **Un disque** en PVC bleu coupé en 4 quarts. Diamètre du disque : 180 cm
- Sérigraphie en couleur de l'anamorphose

- **Un cylindre** en PVC de diamètre 40 cm. Hauteur 60 et 100 cm.
- Recouvert d'une feuille plexi miroir, soit collée, soit rivetée.
- La section conique du cylindre permet d'y placer un texte.

Fourniture : un fichier numérique du disque anamorphose.

Montage :
Il sufit de fixer au sol les 4 quarts de disque les uns contre les autres en plaçant deux petites bandes de papier collant **sous** chacun des bords. (bandes à supprimer au démontage)





Pour en savoir plus

Anamorphoses et Cartographie

Pour réaliser des anamorphoses linéaires, l'un des plus simples outils est la transformation dite «barycentrique» : à toute paire de points a et b pris sur 2 images différentes, elle fait correspondre un troisième point c, intermédiaire entre les 2 premiers.

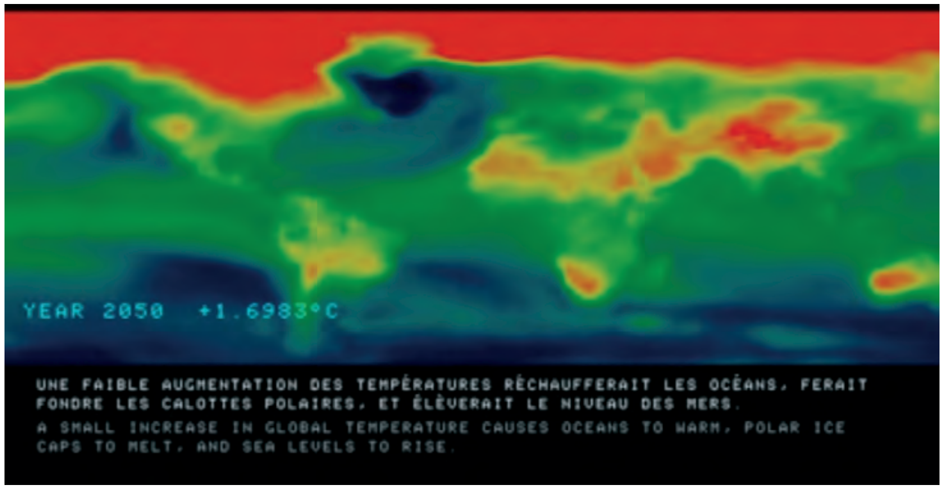
Cette transformation se calcule à partir d'une relation du type $c = (1 - k) \times a + k \times b$. En faisant varier le nombre k de 0 à 1, étape par étape, on obtient un dessin animé qui fait passer de la première image à la seconde. C'est ce que l'on appelle le «**morphing**».

Pour réaliser des anamorphoses cartographiques, il existe des outils informatiques où il suffit d'introduire les données pour que l'application déforme les cartes usuelles pour faire apparaître visuellement ces informations. Le plus accesible est *worlmapper* dont on trouvera des cartes du monde suivant différents paramètres dans :

mappemonde.mgm.fr/num17/articles/art08105.html

Pour faire soi-même

L'outil le plus simple pour réaliser soi-même des anamorphoses est *photoshop*.
D'autres outils plus élaborés permettent d'aller plus loin. le plus connu étant **The Gimp**.
voir le tutoriel "**truquimage.blogspot.fr/2012/11/anamorphose-avec-gimp.html**".
et aussi : www.anamorphosis.com/software.html



Mots clés :
Anamorphose - Carte en anamorphose - Morphing
Escher - Holbein

Références :
- www.sasi.group.shef.ac.uk/worldmapper/
- www.carbonmap.org/#intro
- lambert.nico.free.fr/tp/cartogram_2013.pdf
- www.slate.fr/story/93121/cartes-france-sport

et la superbe video **EXIT** (durée 20') de la **Fondation Cartier** (2013)
sur les migrations humaines dûes aux impacts climatiques
- **youtube.com/watch?v=V_rpuU9LuSA**

Cartes de la Terre

1-1

Les cartographes ont toujours dû faire un choix pour représenter la Terre : conserver les angles pour s'orienter, les distances locales pour mesurer ou les surfaces pour comparer la taille relative des pays.

À petite échelle, les distorsions sont minimes si on choisit bien la projection. Mais elles deviennent très importantes lorsqu'on cartographie de grandes régions.

L'avenir : la cartographie 3D

Pour de petites régions, une des techniques consiste à prendre de très nombreuses photos aériennes ou satellitaires. En comparant des photos d'un même endroit, un algorithme évalue la hauteur de chaque point pour créer un modèle 3D de la région à cartographier. Le logiciel peut ensuite recréer sur commande les différentes représentations en perspective selon le point de vue de l'observateur. C'est ce principe qu'utilisent les applications comme Google Earth ou Géoportail.

1-2

Toutes les cartes sont fausses !

C.F. Gauss (1777-1855) a démontré qu'il est impossible de préserver tous les rapports de distances lorsqu'on cartographie la surface terrestre sur une surface plane.

Mais est-on obligé de tout sacrifier ?

Dessiner une carte, c'est représenter chacun des points du globe par un point sur un plan, ou encore sur un cône ou un cylindre que l'on peut ensuite mettre à plat : le processus s'appelle une projection.

Lorsque les angles sont conservés, la projection est dite "conforme". C'est le cas de la projection de Mercator. Elle permettait aux navigateurs de suivre une ligne droite sur une carte grâce à un compas de navigation.

Dans l'atlas de Peters, on projette chaque point horizon-talement sur le cylindre. Ce procédé, appelé projection de Lambert, conserve les rapports d'aire et respecte la taille des pays des deux hémisphères : la projection est dite "équivalente".

Maps of the Earth

Cartographers have always needed to make choices when drawing maps of the Earth: either preserve angles for a better local orientation, or the ratios of areas to compare the relative size of countries.

At small scale, distortions are minimal when using a well-chosen projection but they become very important when drawing maps of large regions.

The future: 3D cartography

For small regions one technique consists in taking numerous photos from airplanes or satellites. When comparing different photos from the same place, an algorithm computes the altitude of each point to create a 3D model of the region. The software can then create any image corresponding to a particular viewpoint. This is the underlying principle behind applications like Google Earth or Géoportail.

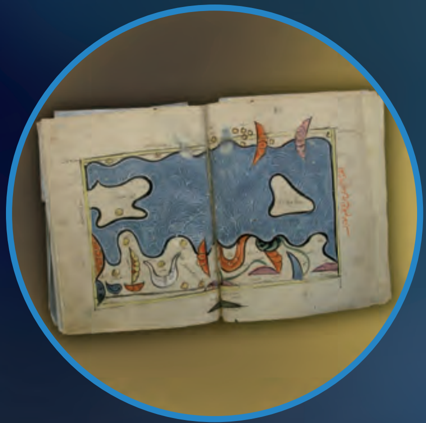
Cartes de la Terre

Les cartographes ont toujours dû faire un choix pour représenter la Terre : conserver les angles pour s'orienter, les distances locales pour mesurer ou les surfaces pour comparer la taille relative des pays.

À petite échelle, les distorsions sont minimes si on choisit bien la projection. Mais elles deviennent très importantes lorsqu'on cartographie de grandes régions.

L'avenir : la cartographie 3D

Pour de petites régions, une des techniques consiste à prendre de très nombreuses photos aériennes ou satellitaires. En comparant des photos d'un même endroit, un algorithme évalue la hauteur de chaque point pour créer un modèle 3D de la région à cartographier. Le logiciel peut ensuite recréer sur commande les différentes représentations en perspective selon le point de vue de l'observateur. C'est ce principe qu'utilisent les applications comme Google Earth ou Géoportail.



Al-Idrisi's world map (12th C.), Egypt NL
© A.du Boitesselin

Portulans: first navigation maps (16th C.), Egypt NL
© Y.Vernet

Corsica Island in 3D
© Nasa-EOS

Earth at night - Dec 2012
© Nasa-Earth Observatory System

All maps are wrong!

C.F. Gauss (1777-1855) has shown that it is impossible to preserve all ratios of distances when drawing a planar map of a region of the Earth

But do we need to sacrifice everything?

When drawing a map, one represents each point of the spherical Earth by a point on a plane, a cone or on a cylinder, which we then unroll. This process is called a projection.

When angles are conserved, the projection is called "conformal". This is the case for the **Mercator projection**. This projection allows navigators to follow a straight line on a conformal map using a compass.

In the Peters Atlas, each point is projected horizontally on the cylinder. This process is called **Lambert projection**. It preserves ratios of areas and respects the relative size of each country. The projection is called "equivalent".

Toutes les cartes sont fausses !

C.F. Gauss (1777-1855) a démontré qu'il est impossible de préserver tous les rapports de distances lorsqu'on cartographie la surface terrestre sur une surface plane.

Mais est-on obligé de tout sacrifier ?

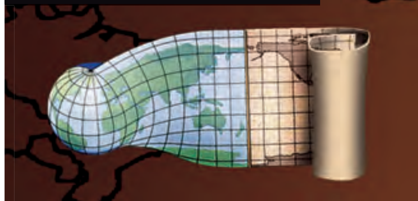
Dessiner une carte, c'est représenter chacun des points du globe par un point sur un plan, ou encore sur un cône ou un cylindre que l'on peut ensuite mettre à plat : le processus s'appelle une projection.

Lorsque les angles sont conservés, la projection est dite "conforme". C'est le cas de la **projection de Mercator**. Elle permettait aux navigateurs de suivre une ligne droite sur une carte grâce à un compas de navigation.

Dans l'atlas de Peters, on projette chaque point horizontalement sur le cylindre. Ce procédé, appelé **projection de Lambert**, conserve les rapports d'aire et respecte la taille des pays des deux hémisphères : la projection est dite "équivalente".

Lambert projection & cover plant of the Earth
© Envisat-ESA 2005

Azimuthal & cylindrical projections
© SR-Orléans



Pseudo-Mercator projection
© IGN-Paris 2004

Terrestrial planisphere by P. Du Val (1676) © Gallica.BNF.fr

Paris Vancouver Tokyo

1

À l'aide de la ficelle,

trouvez le plus court chemin

joignant deux de ces villes sur le globe,

puis sur la carte plate.

Que retenir ?

Sur une surface sphérique, le plus court chemin entre deux points est le petit arc du grand cercle, centré au centre de la sphère et passant par ces deux points.
Aviez-vous déjà réalisé que le plus court chemin de Paris à Vancouver passait près du pôle nord ? Pas évident quand on regarde la carte.

Pourquoi toutes les cartes sont fausses ?

Si on coupe un cylindre ou un cône on peut l'aplatir sur un plan. Avec une sphère on ne peut pas !
Pourquoi ? Parce que la courbure du cylindre ou du cône est nulle, alors que celle de la sphère est positive. On ne peut pas aplatir une surface de courbure positive sans faire de multiples déchirures.

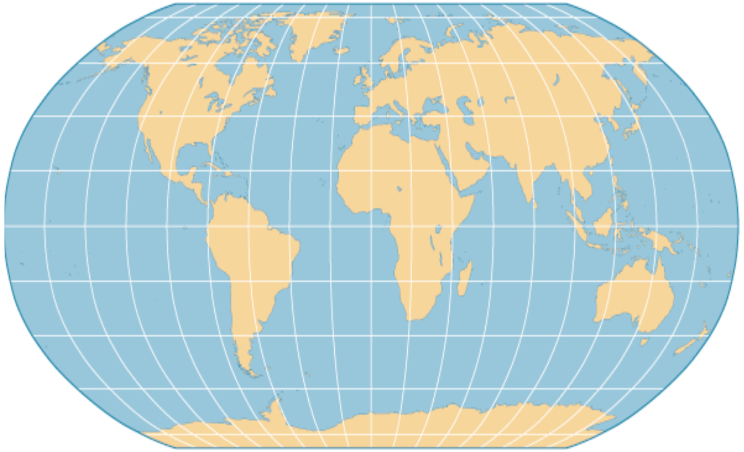
idée & réalisation : Centre•Sciences
carte : projection pseudo cylindrique de Robinson (1963)

à voir sur imaginary.org/hands-on/all-maps-are-wrong

Pour refaire la manipe

- **Un globe** terrestre sur pied. Diamètre : D = 30 cm
- **Une carte** - Mercator (ou Robinson comme ici) - imprimée de sorte que la longueur soit égale à ΠxD
- et bien sûr une cordelette

« Il vaut mieux ne pas savoir
où l'on se trouve
et en être conscient,
que de se croire avec confiance
là où l'on se trouve pas. »
Cassini (XVIIIe siècle)



Pour en savoir plus manip 1 Paris <-> Vancouver <-> Tokyo

Projection de Robinson

C'est une projection pseudo cylindrique développée par Arthur H. Robinson ; elle n'est ni conforme, ni équivalente. Elle date de 1963, mais n'a été publiée qu'en 1974. La projection Robinson a l'avantage de représenter l'ensemble des espaces en respectant bien leur configuration d'origine.

Les méridiens sont placés à intervalles égaux et ont la forme d'arcs elliptiques concaves par rapport au méridien central. Le méridien central est une droite égale à la moitié de la longueur de l'équateur. Les parallèles sont des droites disposées à intervalles égaux entre 38° N et 38° S. Au-delà, les intervalles diminuent.

Usages et applications : souvent utilisée pour les cartes mondiales générales et thématiques, projection utilisée par la **National Geographic Society.**

Carte IGN - 2004

Le monde classique

Pour un européen, l'Europe est au centre, ne serait-ce que parce qu'elle est traversée par le méridien international de Greenwich. Opposition entre l'Amérique et l'Asie, et coupure du monde sur le Pacifique.
Projection Van der Grinten, de type circulaire, centrée sur le méridien de longitude 11° passant par l'Europe. Cette projection, similaire à la projection de Mercator, décrit le monde comme un cercle mais l'effet de distorsion des surfaces est moins prononcé.

Le monde vu d'Asie (image de fond du panneau 1-2)

L'Asie et ses deux miliards d'habitants, et la masse du désert australien au bout d'un chapelet d'îles.
A ses portes, l'Europe et l'Afrique, ainsi que l'ouverture sur le Pacifique.
Projection Eckert IV, de type pseudo-cylindrique, centrée sur le méridien de longitude 90° passant par l'Asie.
Cette projection qui conserve les aires est principalement utilisée pour représenter le monde.

Carte IGN - 2004

Mots clés :
Projection cartographique - Mercator - Lambert - Cassini

Références :
An interactive module on the science of cartography and geometry of the sphere
- imaginary.org/program/the-sphere-of-the-earth (can be downloaded)
- www.ngi.be/FR/FR2-1-4.shtm
- accromath.uqam.ca/accro/wp-content/uploads/2013/08/Cartographie.pdf

Maps That Prove You Don't Really Know Earth
- www.youtube.com/watch?v=KUF_Ckv8HbE#t=110

Les fractales : modèles de la nature

2-1

La géométrie fractale, introduite par Benoit Mandelbrot (1924-2010), fournit une banque d'objets géométriques qui servent de modèles aux formes de la nature très accidentées, incluant les formes terrestres : montagnes, côtes rocheuses, réseaux de ruisseaux et rivières, deltas de fleuves... Lorsqu'on regarde vers le ciel, les nuages, les galaxies ont aussi des formes fractales.

Des reliefs aux formes fractales

Certaines formes fractales se créent lorsqu'une position d'équilibre perd sa stabilité. C'est le cas de l'eau des rigoles qui ruisselle sur le sable à marée basse : les rigoles commencent à se creuser là où il y a un petit défaut. La dépression attire l'eau de ruissellement, amplifiant le phénomène. Sur une beaucoup plus longue échelle de temps, le même phénomène se produit lorsque les rivières d'un bassin versant creusent leur lit. Les ravines des pentes montagneuses obéissent à la même règle.

2-2

Erosion et côtes fractales

Dans les années 1960, on a remarqué que la géométrie des côtes rocheuses était fractale, ce qui signifie que, si l'on zoome sur la photo d'une telle côte, on voit apparaître à petite échelle de nouveaux détails du même type que les détails vus à grande échelle.

Pourquoi est-ce une géométrie fractale ?

La mer détruit d'abord les rochers les plus fragiles. Aussi, quand une anse commence à se former, la mer s'y engouffre pour l'agrandir. Mais alors, la force de la houle se répartit sur une plus grande longueur de côte. D'où l'idée que l'érosion est moindre sur les côtes fractales.

Les géographes ont ainsi modélisé l'évolution de la morphologie côtière soumise à une érosion qui détruit les rochers les plus fragiles et, en conséquence, rend la côte plus irrégulière. Dans ce modèle, la force des vagues est inversement proportionnelle à la longueur de la côte.
Ce processus se stabilise et conduit à l'apparition spontanée d'une côte finale de dimension - appelée fractale - exactement égale à 4/3 = 1,333.

Fractals: models for nature

Fractal geometry, introduced by **Benoit Mandelbrot** (1924-2010), provides a large class of geometric objects that can be used to model the very rugged shapes of nature, including a variety of complex shapes on the Earth: mountains, rocky coasts, networks of brooks and rivers and streams, river deltas, etc. Above our head, the clouds and galaxies also have fractal shapes.

Why are so many shapes fractal?

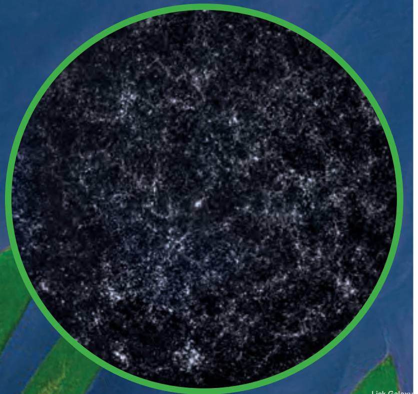
Certain fractals shapes are created when an position of equilibrium loses its stability. This is the case with water flowing on sand at low tide: a small rivulet starts appearing where there is a small irregularity. The water is attracted to the small depression and the flowing water amplifies the phenomenon. On a much larger scale, the same phenomenon occurs when the rivers of a catchment basin erode are eroding the landscape. Similarly, water flowing along mountain slopes creates gullies.

Les fractales : modèles de la nature

La géométrie fractale, introduite par Benoit Mandelbrot (1924-2010), fournit une banque d'objets géométriques qui servent de modèles aux formes de la nature très accidentées, incluant les formes terrestres : montagnes, côtes rocheuses, réseaux de ruisseaux et rivières, deltas de fleuves… Lorsqu'on regarde vers le ciel, les nuages, les galaxies ont aussi des formes fractales.

Des reliefs aux formes fractales

Certaines formes fractales se créent lorsqu'une position d'équilibre perd sa stabilité. C'est le cas de l'eau des rigoles qui ruisselle sur le sable à marée basse : les rigoles commencent à se creuser là où il y a un petit défaut. La dépression attire l'eau de ruissellement, amplifiant le phénomène. Sur une beaucoup plus longue échelle de temps, le même phénomène se produit lorsque les rivières d'un bassin versant creusent leur lit. Les ravines des pentes montagneuses obéissent à la même règle.



Lick Galaxy
© P.J.E.Peebles-Princeton Univ.

Hadrapaout region in Yemen (Spot 5)
© CNES 2006/Astrium Services

Cauliflower (Romanesco)
© CS-Orléans

Bombetoka Bay – Madagascar © Nasa EOS 2005

Erosion and fractal coasts

In the '60s, it was observed that the geometry of rocky coasts is also fractal: this means that, when zooming on a photo, whatever the zoom, we see new details appearing that have the same character as the large scale details.

Why is this geometry fractal?

The sea first destroys the most fragile rocks. When it starts forming a small cove, the sea comes in violently and enlarges it. But then, the length of the coast increases, and the strength of the waves is spread along a longer coast. Hence it is commonly admitted that erosion is weaker along fractal coasts.

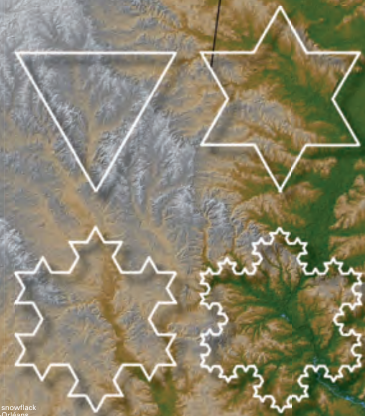
Geographers have modelled the evolution of the coastal morphology when erosion destroys the softer rocks, and hence increases the irregularities. In their model, the strength of the waves is inversely proportional to the length of the coast.
The process stabilizes with the final coast having a fractal dimension exactly equal to 4/3 = 1.333.

Erosion et côtes fractales

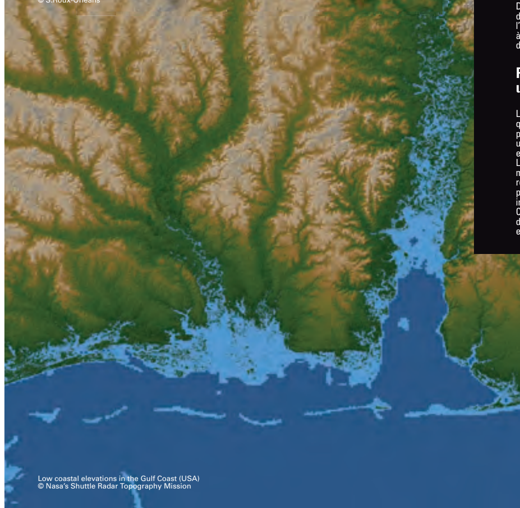
Dans les années 1960, on a remarqué que la géométrie des côtes rocheuses était fractale, ce qui signifie que, si l'on zoome sur la photo d'une telle côte, on voit apparaître à petite échelle de nouveaux détails du même type que les détails vus à grande échelle.

Pourquoi est-ce une géométrie fractale ?

La mer détruit d'abord les rochers les plus fragiles. Aussi, quand une anse commence à se former, la mer s'y engouffre pour l'agrandir. Mais alors, la force de la houle se répartit sur une plus grande longueur de côte. D'où l'idée que l'érosion est moindre sur les côtes fractales.
Les géographes ont ainsi modélisé l'évolution de la morphologie côtière soumise à une érosion qui détruit les rochers les plus fragiles et, en conséquence, rend la côte plus irrégulière. Dans ce modèle, la force des vagues est inversement proportionnelle à la longueur de la côte.
Ce processus se stabilise et conduit à l'apparition spontanée d'une côte finale de dimension - appelée fractale - exactement égale à 4/3 = 1,333.



Von Koch snowflack
© S.Roux-Orléans



Low coastal elevations in the Gulf Coast (USA)
© Nasa's Shuttle Radar Topography Mission

Seaside erosion sand
© Killerlimpet (NC-USA)

Everglades coasts (Florida) © Nasa-EOS

Fractales,
de loin comme de près ! 2

Avec chacune des chainettes,

mesurez la longueur de la côte

la plus accidentée, au nord de l'île.

À votre avis,

pourquoi les longueurs obtenues

diffèrent-elles autant ?

Que retenir ?

La côte Nord, plus accidentée, est un exemple d'objet fractal :
une côte semblable à elle-même à toutes les échelles.
Chaque portion, convenablement agrandie, ressemble à la côte entière.
La côte Sud est plus lisse que la côte Nord.
Les longueurs mesurées varient peu.

Des côtes d'une longueur infinie !

Si vous mesurez la côte réelle avec des chaines dont les maillons sont de plus en plus petits, vous contournerez des détails de plus en plus précis, de plus en plus fins, et la longueur de la côte tendra vers l'infini.
On trouve de telles côtes en Bretagne, en Corse, en Sardaigne, en Islande…

sur une idée de Jean Brette - Paris
réalisation S[cube]-CCSTi Île-de-France

à voir sur imaginary.org/hands-on/erosion-and-fractal-coasts

Fractales dans la nature

En dehors des côtes fractales, de nombreux obets de la nature ont des formes fractales : des choux romanesco aux feuilles de fougère, des nautiles aux jeunes montagnes, des poumons et des réseaux du corps, sanguin ou nerveux, …
Trouvez d'autres exemples.

Soulac-sur-mer - Le monde janvier 2014 - Photo Jean-Pierre Muller

Pour en savoir plus 2/1 **Fractales, de loin comme de près !**

Erosions fractales

En France, aujourd’hui, un quart des côtes métropolitaines, soit 1 720 km, recule du fait de l’érosion marine, alors que moins d’un dixième « s’engraisse » en gagnant des terres sur la mer, selon les statistiques du Commissariat général au développement durable (CGDD). voir aussi www.bosco.tm.fr/
Les plus forts niveaux d’érosion sont localisés sur les côtes de la Manche et de la mer du Nord où plus du tiers du littoral recule (37,6 %). Viennent ensuite les littoraux atlantique (27,4 %) et méditerranéen (13,5 %).
www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr/fileadmin/documents/Produits_editoriaux/Publications/References/2011/RéférenceS%20Littoral%20-%20chap.%20VI%20(p.129%20à%20156).pdf

L’érosion est un phénomène naturel millénaire qui s’est aggravé ces dernières décennies en raison des activités humaines, explique Sébastien Colas, de l’Observatoire du littoral et de la mer. Les constructions sur le littoral, comme les ports, digues ou épis, bloquent les mouvements des sédiments mobiles portés par les courants marins, tandis que les barrages sur les fleuves empêchent les sédiments d’arriver en mer. Au final, la mer gagne sur les plages de sable et sur les falaises calcaires.
www.lemonde.fr/planete/article/2014/01/07/derriere-la-tempete-la-menace-persistante-de-l-erosion-du-littoral_4343585_3244.html

Selon l’US Geological Survey (USGS), e**n Amérique du Nord**, environ 70 % de la côte du golfe du Mexique est vulnérable à l’érosion et à la submersion extrême, même durant les plus faibles ouragans.
Dans une tempête, des vagues hautes et des ondes de tempête peuvent agir ensemble pour éroder les plages et inonder les basses terres ; quand l’ouragan touche les côtes, ces changements peuvent être catastrophiques.

Les plages le long du golfe du Mexique sont extrêmement vulnérables à l’érosion pendant les ouragans, en partie à cause de la basse altitude le long de la côte. Par exemple, l’élévation moyenne des dunes de sable sur la côte ouest de la Floride est de 8 pieds. Sur la côte atlantique de la Floride, la moyenne est de 15 pieds.
Rapport USGS publié en 2012 (http://soundwaves.usgs.gov/2012/10/research4.html)

Côte de la Floride après la tempête Debby en 2012.
Photo Hilary Stockdon, USGS

Mots clés :
Côtes fractales - Fractale - Mendelbrot - Dimension fractale

Références :
- accromath.uqam.ca/contents/pdf/fractales.pdf (Josiane Lajoie - UQTR - Automne 2oo6)
- geoffreyhistoire.pagesperso-orange.fr/fractales/géographie.html

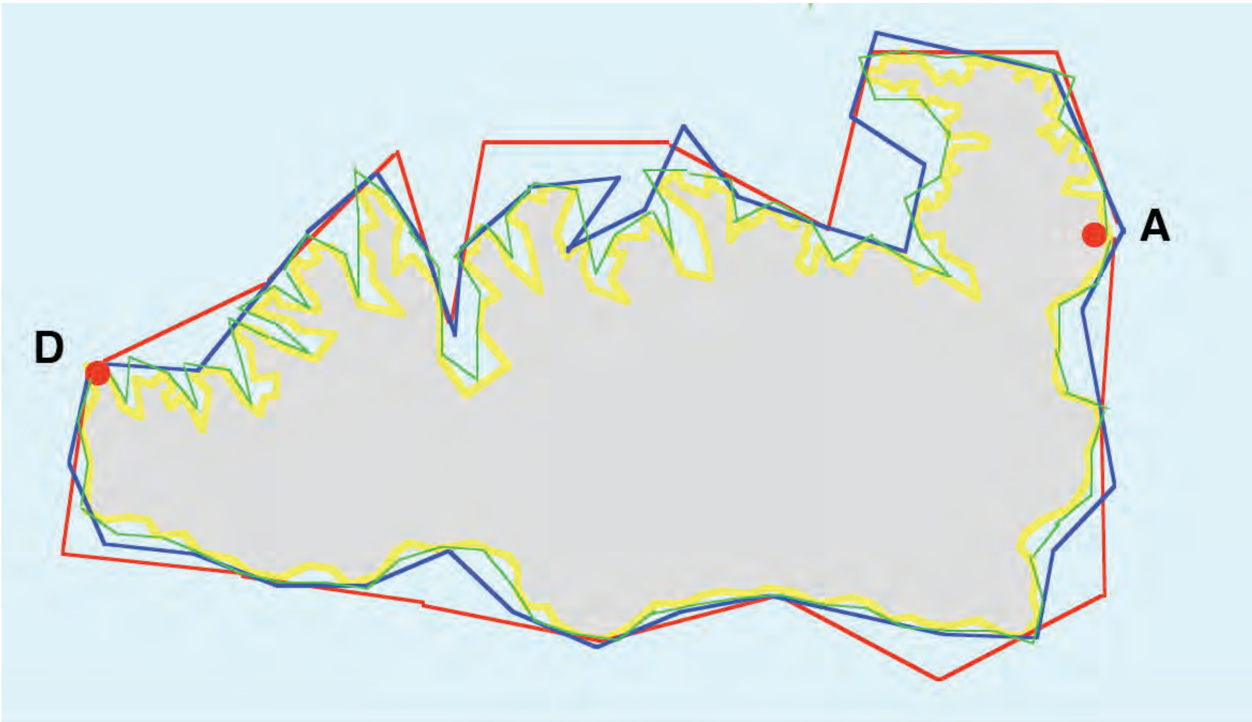
Pour refaire la manipe

• **Un plateau** en résine ou en PVC. Dimensions extérieures : 530x430 mm
Avec réservation intérieure : dimensions : 450x350 mm - Profondeur : 10 mm

• Fabrication d'un **profil de côte** dans du PVC ou du PMMA. Epaisseur : 8 mm
• Fabrication d'un **fond maritime** en plaque aimantée imprimée
• Fabrication de **4 ou 5 chaînes** de même longueur
avec des perles de différents diamètres (3 - 6 - 12 - 15 - 25 mm)
• Ajout éventuel d'un réglet de 40 cm pour mesurer des longueurs des côtes.

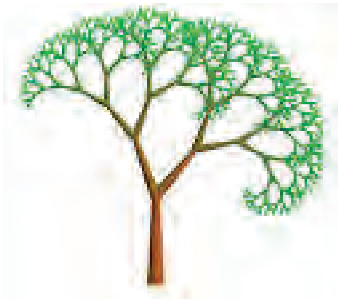
Fourniture : un fichier numérique du profil des côtes.

Montage :
Positionner le plateau sur un plan incliné à 30° fait en plexi ou PVC plié.

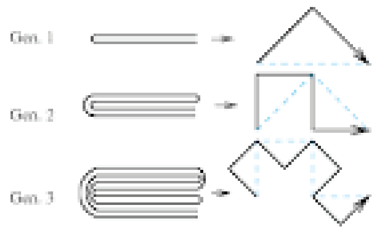


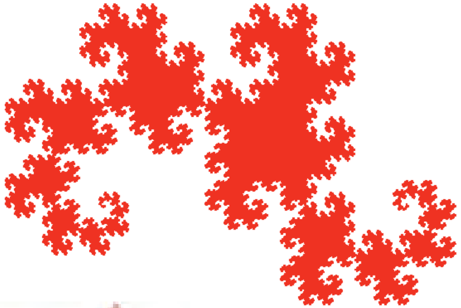
Expérience initiale réalisée en 2011 par Tryame.com pour l'exposition itinérante « Des maths partout ? » du CCSTi Scientipôle, Savoirs et Société d'Orsay-France,
(www.scientipole-savoirs-societe.fr/scientipole_savoirs_societe/des_maths_partout)
sur une idée de Jean Brette, Michel Darche et Mireille Chaleyat-Maurel, Septembre 2011.

Dessine-moi une fractale



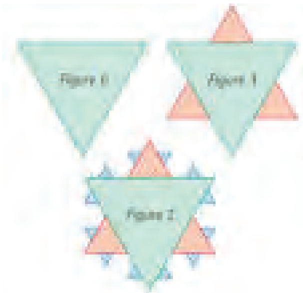
Dessine-moi un arbre !
Une feuille de papier, un crayon.
Vous avez 3 minutes pour dessiner un bel arbre.
Rédessinez un autre arbre, mais vous n'avez plus que 2 minutes !
Encore un autre en une minute, puis encore un, mais plus que 30 secondes !



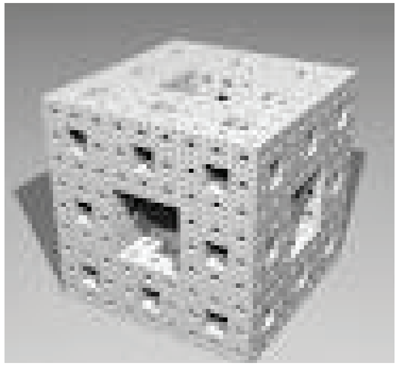


La courbe du dragon
Une longue bande de papier.
Pliez-la en 2 en son milieu vers la droite.
Puis pliez encore en 2 et dépliez le pliage pour que les plis fassent un angle droit.
Si vous recommencez encore et encore (combien de fois est-ce possible ?), vous obtiendrez une courbe fractale, appelée courbe du dragon qui possède de nombreuses propriétés mathématiques.

Mot clé : *Courbe du dragon* => mathcurve.com/fractals/dragon/dragon.shtml



Dessine un flocon de ... von Koch !
Tracez un triangle équilatéral de 9 cm de coté. Divisez chaque côté en 3 segments égaux.
Tracez un triangle équilatéral sur chaque segment central, pointe vers l'extérieur.
Effacez ou supprimez chaque segment central et recommencez :
tracez des triangles équilatéraux, pointes vers l'extérieur, sur chacun des segments restants.
Effacez les segments centraux et recommence autant de fois que possible.
Vous obtenez les premières générations d'une fractale appelée «Flocon de von Koch».



Dessine un tapis de ... Sierpinski
Sur une feuille de papier quadrillé, dessinez un carré de 18 cm de côté.
Divisez ce carré en 9 plus petits carrés égaux. Noircissez la partie centrale.
Recommencez ce travail sur les 8 carrés blancs restants. Et ainsi de suite.
Question : quelle sera l'aire de la surface restante si l'on recommence indéfiniment ?
Cette figure est encore une fractale appellée «tapis de Sierpinski».
Vous pouvez aussi essayer de construire un cube de Sierpinski avec des polycubes unités.

=> ExperiencingMaths.org/ -> Lire la nature -> Un monde Fractal

La fonte des glaciers

3-1

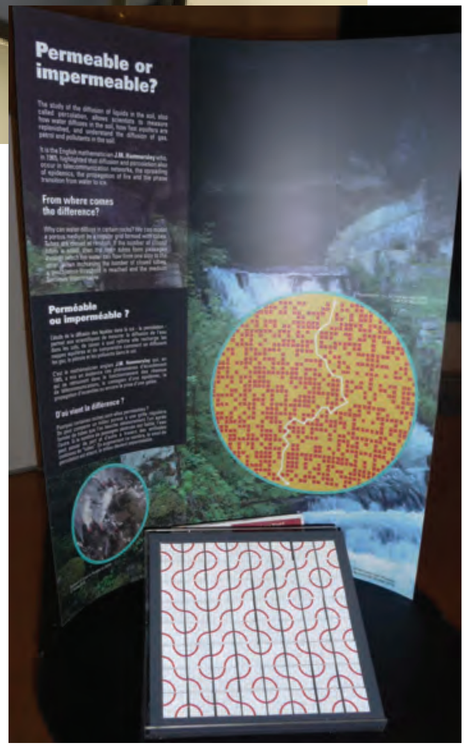
Le réchauffement climatique provoque la dilatation thermique des océans et la fonte des glaciers.

Des simulateurs comme ”Flood map”, basés sur les données altimétriques des radars satellitaires, montrent les conséquences possibles de l’élévation des surfaces des océans sur les littoraux, les populations et les grandes villes comme Rio de Janeiro, New York, Tokyo, Shanghai...

De combien s’élèverait la surface des océans ?

Au pôle sud, le volume des glaciers de l’Antarctique est au minimum de 22 millions de km^3. Au nord, celui des glaciers du Groenland est de 2,8 millions de km^3.
La surface totale des océans est de 335 millions de km^2.

Si l’on répartissait uniformément l’eau de ces glaciers sur tous les océans, la hauteur des mers augmenterait de 75 mètres !
Tenant compte des limites des modèles, les prévisions scientifiques sont – actuellement - moins pessimistes, ramenant cette élévation entre 20 et 60 cm d’ici 2100, dilatation de l’eau comprise.



3-2

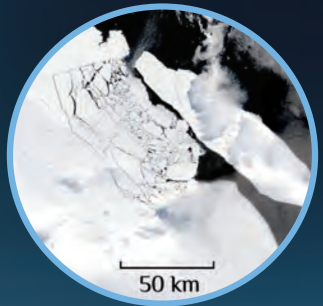
Perméable ou imperméable ?

L’étude de la diffusion des liquides dans le sol - la percolation - permet aux scientifiques de mesurer la diffusion de l’eau dans les sols, de savoir à quel rythme elle recharge les nappes aquifères et de comprendre comment se diffusent les gaz, le pétrole et les polluants dans le sol.

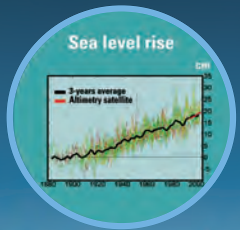
C’est le mathématicien anglais J.M. Hammersley qui, en 1965, a mis en évidence ces phénomènes d’écoulement qui se retrouvent dans le fonctionnement des réseaux de télécommunications, la contagion d’une épidémie, la propagation d’incendies ou encore la prise d’une gelée.

D’où vient la différence ?

Pourquoi certaines roches sont-elles perméables ?
On peut comparer un milieu poreux à une grille régulière formée de tubes que l’on bouche aléatoirement l’un après l’autre. Si le nombre de passages obstrués est faible, l’eau peut passer de part et d’autre à travers des enfilades continues de “tubes”. En augmentant ce nombre, le seuil de percolation est atteint, le milieu devient imperméable.



New iceberg in Antartica
© Envisat-ESA 2005



© R.A.Rohde-Berkeley Univ.

The melting of glaciers

Climate warming induces a thermal expansion of the oceans and the melting of glaciers.

Simulation software such as "Flood map", based on elevation data coming from satellite radars allows us to compute the potential consequences of sea-level rising on coastal regions and populations, including large cities like Rio de Janeiro, New York, Tokyo, Shanghai, etc.

How high can sea-level rise?

In the South Pole, the volume of the Antarctica glaciers is at least 22 million km^3. In the North, the volume of Greenland glaciers is approximately 2,8 million km^3. The total area of the Earth's oceans is 335 million km^2. If all the glaciers were to melt instantaneously, this could lead to a uniform rise of the sea-level rise of 75 meters!
Taking into account the limits of such models, the scientists are presently less pessimistic and forecast a sea-level rise somewhere between 20 cm and 60 cm before 2100, including seawater expansion.

La fonte des glaciers

Le réchauffement climatique provoque la dilatation thermique des océans et la fonte des glaciers.

Des simulateurs comme "Flood map", basés sur les données altimétriques des radars satellitaires, montrent les conséquences possibles de l'élévation des surfaces des océans sur les littoraux, les populations et les grandes villes comme Rio de Janeiro, New York, Tokyo, Shanghai...

De combien s'élèverait la surface des océans ?

Au pôle sud, le volume des glaciers de l'Antarctique est au minimum de 22 millions de km^3. Au nord, celui des glaciers du Groenland est de 2,8 millions de km^3.
La surface totale des océans est de 335 millions de km^2.
Si l'on répartissait uniformément l'eau de ces glaciers sur tous les océans, la hauteur des mers augmenterait de 75 mètres !
Tenant compte des limites des modèles, les prévisions scientifiques sont – actuellement - moins pessimistes, ramenant cette élévation entre 20 et 60 cm d'ici 2100, dilatation de l'eau comprise.


Elephant-Foot Glacier, Greenland
© R.Roberts-California


Baffin-island northeast (Canada) © A.Walk.de

Permeable or impermeable?

The study of the diffusion of liquids in the soil, also called percolation, allows scientists to measure how water diffuses in the soil, how fast aquifers are replenished, and understand the diffusion of gas, petrol and pollutants in the soil.

It is the English mathematician **J.M. Hammersley** who, in 1965, highlighted that diffusion and percolation also occur in telecommunication networks, the spreading of epidemics, the propagation of fire and the phase transition from water to ice.

From where comes the difference?

Why can water diffuse in certain rocks? We can model a porous medium by a regular grid formed with tubes. Tubes are closed at random. If the number of closed tubes is small, then the open tubes form passages through which the water can flow from one side to the other. When increasing the number of closed tubes, a percolation threshold is reached and the medium becomes impermeable.

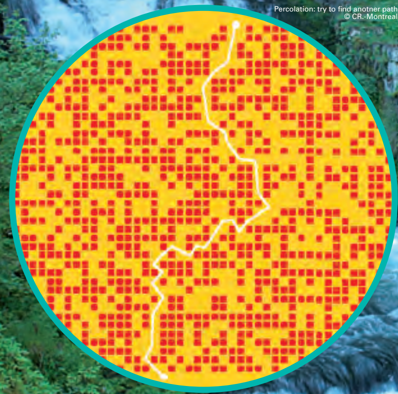
Perméable ou imperméable ?

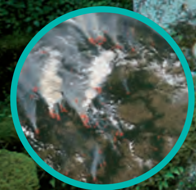
L'étude de la diffusion des liquides dans le sol - la percolation - permet aux scientifiques de mesurer la diffusion de l'eau dans les sols, de savoir à quel rythme elle recharge les nappes aquifères et de comprendre comment se diffusent les gaz, le pétrole et les polluants dans le sol.

C'est le mathématicien anglais **J.M. Hammersley** qui, en 1965, a mis en évidence ces phénomènes d'écoulement qui se retrouvent dans le fonctionnement des réseaux de télécommunications, la contagion d'une épidémie, la propagation d'incendies ou encore la prise d'une gelée.

D'où vient la différence ?

Pourquoi certaines roches sont-elles perméables ?
On peut comparer un milieu poreux à une grille régulière formée de tubes que l'on bouche aléatoirement l'un après l'autre. Si le nombre de passages obstrués est faible, l'eau peut passer de part et d'autre à travers des enfilades continues de "tubes". En augmentant ce nombre, le seuil de percolation est atteint, le milieu devient imperméable.


Percolation: try to find another path
© CR-Montreal


Spread of fires in Russia in 2010
© Nasa-EOS

Source of the Loue river (France)
© Arnaud 25/ S(cube) 2010

Pourquoi le niveau monte ? 3/1

Avec vos doigts, chauffez le bas du récipient. Que se passe-t-il dans le tube ? Pourquoi ?

Que retenir ?

Le réchauffement climatique provoque la fonte des glaces. Celles qui se trouvent sur les continents (Antarctique et Groenland, glaciers des montagnes) rajoutent de l'eau aux océans.
Par contre, le principe d'Archimède a montré que la fonte des glaces de la banquise arctique et des icebergs ne change en rien le volume des océans.

L'eau se dilate en se réchauffant

Mais le principal moteur de la montée des océans est la dilatation thermique de l'eau de mer. En un siècle, la température de la Terre s'est élevée de 0,6 °C et a provoqué une dilatation de la couche océanique de plus de 15 cm sur 1 km de profondeur. Et, le réchauffement se poursuivant, la température des océans continue de croître en profondeur.

idée & réalisation : Centre•Sciences

à voir sur **imaginary.org/hands-on/the-melting-of-glaciers**

Un boulier qui percole ! 3/2

Placez le boulier verticalement et faites tourner les carrés autour des axes, puis reposez le boulier sur le support.

Existe-t-il un chemin continu de traits rouges connectant deux côtés opposés ?

Que retenir ?

Les carrés du boulier portent des traits représentant des liens qui peuvent se créer avec ceux des carrés voisins. En retournant un carré, les connexions changent. L'expérience montre un dessin aléatoire dans lequel il existe souvent des chemins, appelés “chemins de percolation”, qui relient deux côtés opposés.

Un modèle mathématique des phénomènes de percolation

Ces chemins sont précaires et ne se forment pas à chaque fois. Il suffit de tourner quelques carrés pour les faire disparaître ou apparaître.
Ce jeu aide à comprendre la perméabilité des matériaux irréguliers, comme les roches ou la conduction du courant. Il constitue un modèle mathématique simple de ces phénomènes physiques.

sur une idée de Jean Brette et Etienne Guyon - ESPCi-Paris
réalisation : Tryame pour S[cube]-CCSTi Île-de-France

à voir sur **imaginary.org/hands-on/permeable-or-impermeable**

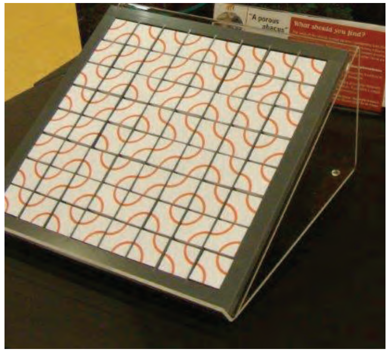
Pour en savoir plus 3/1 Pourquoi le niveau monte ?

Il y a 21 000 ans, lors de la dernière ère glaciaire, le niveau des mers était de 130 m inférieur à celui que nous connaissons aujourd'hui, une grande partie de l'eau étant stockée sous forme de glace.
Ce niveau a ensuite progressivement augmenté jusqu'à se stabiliser, il y a environ 3 000 ans et a très peu varié jusqu'au XIXème siècle.

Depuis un siècle, le niveau moyen des mers est monté d'une quinzaine de centimètres, la température moyenne de la Terre augmentant de 0,6°C. Le coefficient de dilatation thermique de l'eau est de $2{,}6.10^{-4}°C^{-1}$. La tranche d'eau des océans est divisée par la thermocline, qui sépare les eaux profondes, froides, des eaux superficielles en équilibre avec la température de l'atmosphère. Cette thermocline se situe en moyenne vers 1000 m de profondeur.

Si le premier kilomètre de la mer voit sa température monter de 0,6°C, cela entraîne une dilatation de :
$10^5 \times 2{,}6.10^{-4} \times 0{,}6 = 15{,}6$ cm. La dilatation thermique correspond à peu près à la dilatation observée, la fonte des glaciers n'a donc pour l'instant qu'un rôle négligeable (ou du moins largement minoritaire).

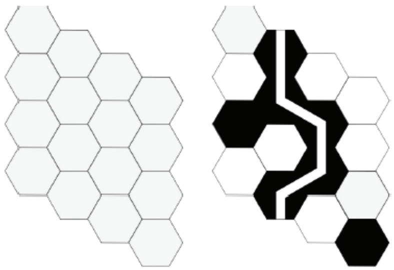
pour aller plus loin => planet-terre.ens-lyon.fr/article/montee-mer.xml
Simulez la montée du niveau de la mer en Europe => flood.firetree.net/



Pour en savoir plus 3/2 Un boulier qui percole !

Le passage du courant électrique dans un matériau irrégulier pose des problèmes différents aux physiciens expérimentateurs et aux mathématiciens.
Pour avancer sur ces problèmes, ils ont étudié un modèle qui semble enfantin : une sorte de jeu de hasard (les mathématiciens considèrent qu'un dessin dont certaines parties sont tirées au hasard décrit bien le désordre). L'étude du modèle fait intervenir à la fois le calcul des probabilités et la géométrie. Après plusieurs décennies de travail, des résultats mathématiques ont enfin été obtenus récemment.
Lorsqu'on diminue le nombre de canaux dans un milieu poreux, ce milieu cesse brutalement d'être continu. C'est le cas des filtres qui se bouchent. C'est un problème de ce type qui a donné l'occasion au mathématicien britannique J.M. Hammersley d'inventer le concept de percolation en 1980. Notons que, indépendamment et à la même période, ce concept a été découvert sur des problèmes d'amas magnétiques par P.-G. de Gennes au CEA Saclay.

Le modèle de percolation s'applique à de nombreux autres problèmes concrets : passage du pétrole dans les roches poreuses, de l'air dans les filtres, de l'information dans les réseaux d'ordinateurs... Dans une moindre mesure, propagation d'une épidémie, d'un incendie.



A faire vous-même : le jeu de Hex (2 joueurs)

Inventé indépendamment par deux mathématiciens, Piet Hein au Danemark et John Nash (prix Nobel d'économie en 1994) aux Etats Unis, ce jeu se joue sur un plateau en forme de losange à cases hexagonales, avec des pions de 2 couleurs. Chaque joueur pose, à son tour, un pion de sa couleur sur une case encore libre (une pièce posée ne bouge plus). Gagne le joueur qui, le premier, relie deux côtés parallèles du losange.
Si les joueurs jouent parfaitement au hasard sur un très grand losange, on retrouve la percolation du boulier .

3/2 *Pour aller plus loin sur* la percolation

Les modèles de **percolation** sont utilisés pour comprendre la diffusion des liquides dans le sol. Un tel modèle est construit par exemple, sur un quadrillage. Pour chaque case, on décide au hasard si elle est obstruée ou non. Chaque case a p chances sur 100 d'être obstruée. Si elle est obstruée, elle bloquera le passage du liquide. Suivant la valeur de p, on a, soit une très grande chance que le liquide passe, soit une très grande chance que le liquide ne puisse passer. Il existe une valeur critique de p pour laquelle on passe d'un coup de la première situation à la deuxième si le nombre de cases est grand.
Les cases noires sont obstruées. Trouvez un passage depuis le haut jusqu'en bas ?

$p = 41$

$p = 59$

Pour $p = 59$, plus grand, il n'y a plus de passage du haut vers le bas.

Diffusion des liquides dans le sol

Ce problème intéresse les scientifiques pour plusieurs raisons. D'une part, on veut mesurer la diffusion de l'eau dans le sol pour savoir à quel rythme elle recharge les aquifères. D'autre part, on veut aussi comprendre la diffusion des polluants dans le sol.
Dans le modèle de percolation précédent, les cases pourraient être des grains de sable ou de sol de forme irrégulière qui ménagent par endroits des chemins par où le liquide peut s'infiltrer.
Le modèle semble interdire le passage si p est assez grand et pourtant vous savez que les liquides s'infiltrent quand même.
N'est-ce pas contradictoire ? Non ! On n'a pas considéré assez de cases.

$p = 59$

Mais ici on a augmenté le nombre de cases de 40 à 120.
Il existe maintenant un passage, si on permet le passage en diagonale.

3/2 *Pour lecteur averti*

Quelles mathématiques pour comprendre l'expérience ?

Le modèle du boulier est suffisamment simple pour qu'on puisse démontrer des théorèmes à son sujet. Voici des résultats directement reliés au boulier. Ce paragraphe est destiné au **lecteur averti.** D'autres résultats plus généraux sont rassemblés au paragraphe Théorie....
Les preuves de ces théorèmes sont difficiles. Elles utilisent les outils les plus sophistiqués du calcul des probabilités et la théorie des fonctions d'une variable complexe.

a. Il faut typiquement recommencer l'expérience 3 fois pour observer une connexion (de haut en bas ou de gauche à droite). En effet, la probabilité d'une connexion de gauche à droite vaut approximativement 0.17. Les mathématiciens ont un candidat pour la valeur de la limite L de cette probabilité pour des bouliers carrés de plus en plus grands. Cette valeur s'exprime au moyen de la fonction hypergéométrique généralisée ${}_3F_2$ et de la fonction Gamma d'Euler comme suit $L={}_3F_2(\{1,1,4/3\},\{5/3,2\},1/2)/(2Gamma(1/3)Gamma(2/3))=0.177879544716697...$

Cette conjecture repose sur un théorème voisin mais valable pour un boulier dont les pièces sont hexagonales (jeu de Hex). Une bonne référence pour ce théorème, texte de Scott Sheffield et David Wilson :

arxiv.org/abs/1003.3271.

b. On conjecture aussi que les formes compliquées des connexions admettent une limite lorsque la taille du boulier tend vers l'infini. Cette conjecture a été formulée par des physiciens théoriciens dès les années 80. Elle n'a été démontrée rigoureusement que dans les années 2000, pour le boulier à cases hexagonales (S. Smirnov, C. R. Acad. Sci. Paris 2001). Pour notre boulier percolatoire, un résultat mathématique a été obtenu en modifiant le modèle : on augmente artificiellement la probabilité des configurations qui comportent beaucoup de boucles fermées. Alors les courbes obtenues convergent, après changement d'échelle, vers des courbes aléatoires dont la dimension fractale vaut 5/3 (S. Smirnov, Annals of Math. 2010). Autrement dit, dans le boulier de taille n, une connexion typique passe par $n^{5/3}$ carrés, elle serpente donc énormément. Une bonne référence pour cela : le séminaire Bourbaki de Wendelin Werner sur les travaux de Stas Smirnov, en novembre 2010,

www.bourbaki.ens.fr/TEXTES/1030.pdf.

Théorie physique et mathématique de la percolation

1. Position du problème

Expliquer la variation brusque d'une grandeur physique, la conductivité électrique, sous l'effet d'une petite perturbation du système. L'irrégularité du matériau joue un rôle important.

Pour lecteur averti suite

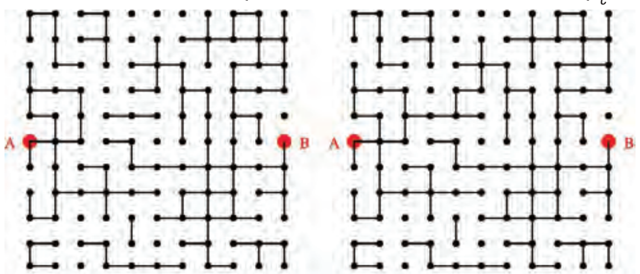
2. Principe de la solution

L'analogie avec un réseau routier national va nous aider. Il y a des travaux sur un certain nombre de voies réparties sur tout le pays. L'expérience prouve que si le pourcentage de voies coupées est suffisant, il devient impossible d'aller d'un bout à l'autre du pays mais une circulation locale reste possible.

Le réseau le plus simple, mais qui reflète bien l'aspect du réseau routier, c'est un grillage carré. On coupe un pourcentage *q (= 1-p)* de routes. Les travaux (routes coupées) sont réparties au hasard. On se demande si, avec forte probabilité, on peut tout de même se rendre de A à B (voir figure). On appelle amas de percolation l'ensemble des routes qu'on peut atteindre depuis l'une d'entre elles. Le problème est donc de savoir si B appartient au même amas de percolation que A.
Pour se rapprocher du problème initial, sur la conductivité, il faut supposer la grille très grande, ou même infinie. Dans le cas de la grille infinie, on se demande s'il est possible de visiter une infinité de sites. Autrement dit, s'il existe un amas de percolation infini. C'est le modèle de la *percolation de liens*.

On démontre mathématiquement que si le pourcentage *p (= 1-q)* de routes carrossables est inférieur à un pourcentage p_c, (figure de gauche), le réseau est constitué d'îlots séparés les uns des autres (des amas de taille finie pour un réseau qui s'étend à l'infini), et il n'existe aucun chemin continu reliant les extrémités gauche et droite (A et B). Au dessus de la valeur seuil p_c, dit *seuil de percolation*, un amas de percolation s'étend de part et d'autre du réseau (il est de taille infinie pour un réseau de départ infini lui même) et coexiste avec des amas de taille finie (figure de droite). Dans l'exemple de ce réseau carré de liens, $p_c = 1/2$.

$p < p_c$



$p > p_c$

On peut introduire des variantes dans le modèle. La valeur seuil en dépend, mais non les propriétés de part et d'autre de cette valeur. Par exemple, on peut couper le réseau au niveau des noeuds entre liens (*percolation de sites*). Le seuil pour un réseau carré de sites prend la valeur 0,59...
Le modèle de percolation peut être aussi défini pour des réseaux de sites et de liens à trois dimensions (la valeur seuil pour un réseau cubique de sites est 0,31160..., pour un réseau cubique de liens, c'est 0,2488126...). Formellement, il peut être défini dans des systèmes à un nombre quelconque de dimensions. La plupart des valeurs de seuil ne sont pas connues exactement, les valeurs approchées données sont obtenues empiriquement.

La théorie physique montre que les propriétés du modèle pour p voisin de $p < p_c$ obéïssent à des lois de variation *universelles*.
Par exemple, le pourcentage de liens qui participent à l'amas infini est donné par la loi

$$P(p) = 0 \text{ pour } p < p_c ,$$
$$P(p) = A\,(p-p_c)^b \text{ pour } p > p_c.$$

L'exposant b, qui dit la rapidité de la variation de la taille de l'amas infini quand on dépasse le seuil (un petit exposant veut dire une variation rapide), ne dépend pas des détails locaux du modèle (b = 5/36 à deux dimensions et b = 0.38... à trois dimensions). Les mathématiciens ne savent le démontrer que pour certains modèles en deux dimensions.

Dans le langage de la thermodynamique, la quantité P(p) est l'équivalent du paramètre d'ordre pour une transition de phase (l'aimantation pour un problème magnétique). La quantité p est le paramètre de contrôle (la température T en magnétisme) et pc est l'équivalent de la température seuil de Curie Tc en magnétisme.

A retenir sur la percolation

Les propriétés générales de la percolation, lorsqu'on est au voisinage du seuil, sont indépendantes des détails locaux du réseau et, en ce qui concerne les applications, du problème précis. Ceci vient du fait que, au voisinage immédiat du seuil, les propriétés font intervenir des moyennes sur une échelle de longueur (longueur de corrélation) grande devant l'échelle locale du problème.

Lexique

Connexion : chemin qui traverse la figure d'un bord à l'autre.

Percolation de sites, de liens : modèles sur des réseaux réguliers dont on supprime des élements. C'est sur de tels modèles que s'établissent généralement la caractérisation du roblème de percolation. Mais il peut être aussi défini à partir d'une géométrie aléatoire.

Seuil de percolation : décrit le pourcentage d'éléments à la transition entre l'état disconnecté et l'état connecté.

Amas de percolation : c'est l'ensemble des éléments qui assurent la continuité au dessus du seuil.

Textes élaborés par Pierre Pansu - Université de Paris sud
pour l'exposition «Des Maths partout ?»
S[cube]-CCSTi Île-de-France

Pour refaire les manipes

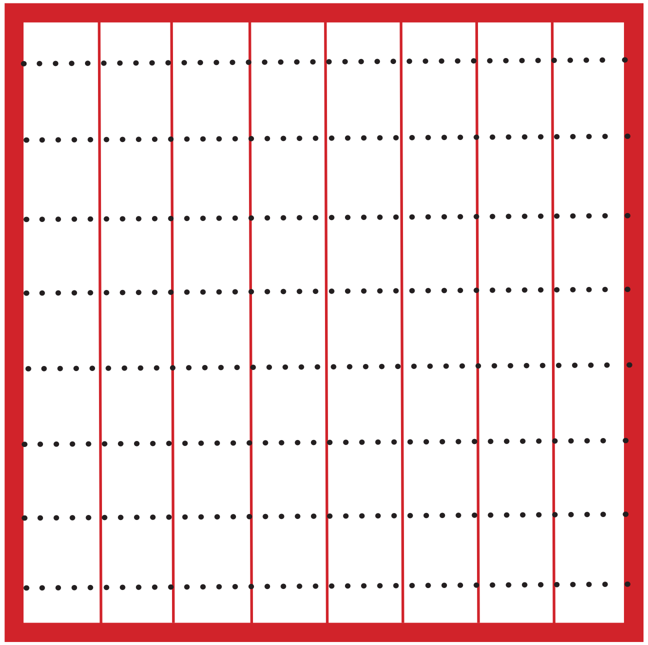
3/1 Pourquoi le niveau monte ?

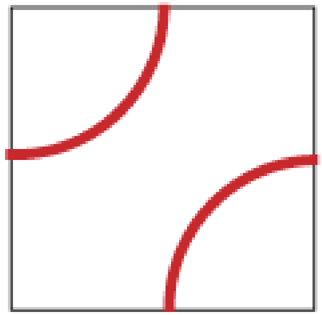
- **2 petits flacons** ou ballons en verre - hauteur h
- **2 bouchons** coniques percés
- **1 tube creux** en verre ou polyéthylène - longueur > 2h
- **alcool** blanc teinté en bleu pour remplir l'un des récipients à moitié
- **1 tube plexi** pour solidariser le tout, avec 2 doubles fenêtres aux extrémités pour placer les doigts
- **1 système portant** le tout et permettant de faire pivoter le tube de 180 °

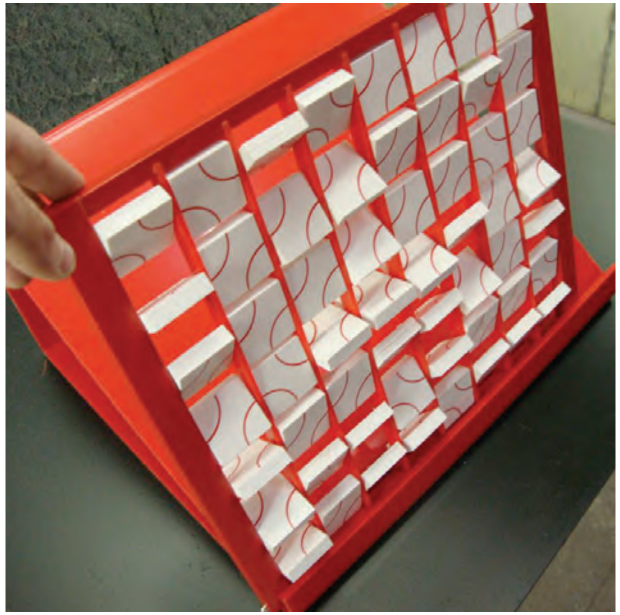
autre possibilité : 1 thermomètre à bulles (cf page précédente) à fixer sur un plateau

3/2 Un boulier qui percole !

- **Un cadre carré** en PMMA rouge ou noir**,** 375x375 mm et 20 mm, posé incliné sur un support
- **8x8 plaquettes carrées** 40x40x4 mm en PVC expansé blanc avec 1/4 cercles imprimés recto/verso fixées horizontalement par **8 tiges filetées** en inox et écroux borgnes
- **7 entretoises verticales** en aluminium ou PVC de 10x2 mm







A faire vous-même

3/1 Pourquoi le niveau monte ?

La glace fond et l'eau monte ?!
Un verre posé sur une feuille de papier, une carafe d'eau et des glaçons.

Première expérience :
Placez un glaçon dans le verre et remplissez le verre d'eau à raz bord.
Attendez que le glaçon fonde et vérifiez que le papier sous le verre n'est pas mouillé !
Conclusion : le niveau de l'eau n'a pas changé. Il en est de même de la fonte des icebergs.
C'est le principe d'Archimède, 3è s. avant J.-C.

Seconde expérience :
Remplissez le verre d'eau à raz bord et suspendez un glaçon au-dessus du verre.
Attendez que le glaçon fonde et vérifiez que le papier sous le verre est mouillé !
Conclusion : le verre a débordé, le niveau de l'eau a monté. Il en est de même des glaciers de montagne, du Groenland et de l'Antartique.

Troisième expérience :
• Un thermomètre à alcool.
Placez un doigt sur la partie basse du thermomètre. Que se passe-t-il ? Pourquoi ?
• Un thermomètre à bulles ou thermomètre de Galilée.
Chauffez la base du tube avec vos mains et les bulles vont descendre. Pourquoi ?
=> fondation-lamap.org/fr/topic/13322
=> fr.academic.ru/dic.nsf/frwiki/1626878

Questions :
• Pourquoi les glaçons flottent-ils ?
• A partir de quelle tempéture l'eau de mer gèle-t-elle ?
• Quelle est la température de l'eau sous la glace ?
Eléments de réponse :
Un verre d'eau froide, un verre d'eau chaude teintée en rouge, un verre d'eau salée teintée en bleu.
Avec une pipette ou une seringue, prenez un volume d'eau chaude et videz le dans l'eau froide. Observez.
Recommencez avec un pipette d'eau salée. Conclusions ?
=> lecalve.univ-tln.fr/oceano/fiches/fiche3C.htm

Le cœur de la Terre, solide ou liquide ? 4-1

En analysant les anomalies dans la propagation des ondes sismiques à partir des données recueillies par des sismographes autour de la terre, la mathématicienne danoise Inge Lehmann montre en 1936 que le noyau liquide de la Terre contient une graine solide de 1 200 km de rayon.
Malgré une température supérieure à 5 000 °C, la graine devient solide sous l’effet de la pression, plus de 3,5 millions de fois plus forte à 5 000 km de profondeur qu’en surface.

Comment voyager au centre de la Terre ?

Pour comprendre la structure interne de la Terre, les scientifiques mettent des lunettes mathématiques pour interpréter les données sur les ondes sismiques.
Ils voient que le noyau externe de la Terre est liquide parce que les ondes de cisaillement ne s’y propagent pas. Les ondes de pression, elles, sont réfractées lorsqu’elles pénètrent dans le noyau externe. S’il n’y avait pas de noyau interne solide sur lequel des ondes sont réfléchies, ils verraient une zone annulaire (en brun sur le schéma) où aucune onde sismique n’est détectée.

4-2 La tectonique des plaques

Du noyau interne à la surface, la Terre se refroidit et entraîne des mouvements de convection dans le manteau terrestre. La matière chaude monte et se refroidit à la surface. Elle replonge alors dans le manteau où elle se réchauffe à nouveau et recommence un nouveau cycle. La présence de plaques rigides en surface crée des cisaillements.

Comment se déplacent ces plaques ?

Les plaques terrestres - une douzaine de calottes rigides - se déplacent très lentement. Sur une sphère, ces mouvements s’apparentent à une rotation autour d’un axe passant par le centre de la Terre et sortant par deux points appelés pôles eulériens.
La description mathématique du mouvement des plaques fait intervenir trois paramètres :

- la latitude et la longitude d’un pôle eulérien de la plaque,
- la vitesse de rotation angulaire de la plaque autour de l’axe.

Quand deux plaques s’écartent, une faille se crée et des volcans peuvent apparaître (Islande, rift de l’Afrique de l’est). Quand elles se rapprochent, il y a possibilité de séisme ou naissance d’une chaîne de montagnes (Alpes, Andes, Himalaya…).

Is the core of the Earth liquid or solid?

Using the anomalies in the propagation of seismic waves detected by analysing seismic data recorded by seismographs around the world, the Danish mathematician **Inge Lehmann** showed in 1936 that the liquid the Earth's liquid core contains a solid inner core with a radius of 1,200 km.
Despite a temperature of above 5 000 °C, the inner core is solid because of the pressure, which is more than 3.5 million times stronger at a depth of 5,000 km than on the surface.

How to "travel" inside the Earth?

In order to understand the inner structure of the Earth, scientists put on *mathematical glasses* to interpret the data on seismic waves. They see that the outer core of the Earth is liquid because shear waves do not propagate in it. As for the pressure waves, they are refracted when they enter the outer core. If there was no solid inner core, an annular region (in brown on the figure) would exist where no seismic waves would be detected.

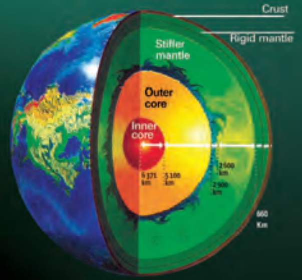
Le cœur de la Terre, solide ou liquide ?

En analysant les anomalies dans la propagation des ondes sismiques à partir des données recueillies par des sismographes autour de la terre, la mathématicienne danoise **Inge Lehmann** montre en 1936 que le noyau liquide de la Terre contient une graine solide de 1 200 km de rayon.
Malgré une température supérieure à 5 000 °C, la graine devient solide sous l'effet de la pression, plus de 3,5 millions de fois plus forte à 5 000 km de profondeur qu'en surface.

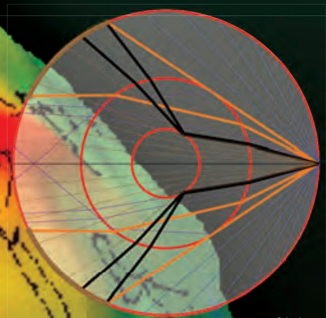
Comment voyager au centre de la Terre ?

Pour comprendre la structure interne de la Terre, les scientifiques mettent des *lunettes mathématiques* pour interpréter les données sur les ondes sismiques.
Ils voient que le noyau externe de la Terre est liquide parce que les ondes de cisaillement ne s'y propagent pas. Les ondes de pression, elles, sont réfractées lorsqu'elles pénètrent dans le noyau externe. S'il n'y avait pas de noyau interne solide sur lequel des ondes sont réfléchies, ils verraient une zone annulaire (en brun sur le schéma) où aucune onde sismique n'est détectée.

Arenal volcano – Costa-Rica
© Objectif Volcans 2006



Earth core
© SR-CS



Seismic waves trajectories
© C.Rousseau-Montreal

Earth's gravity field & mass distribution
© Goce sat.-ESA 2004

Tectonic plates

From the inner core to the surface the Earth temperature decreases. This induces convection movements in the Earth's mantle. The warmer magma moves closer to the surface where it cools down. It then sinks inside the mantle and a new cycle is started. This induces movements of the rigid tectonic plaques at the surface and creates shears.

How do the tectonic plates move?

There are a dozen of large rigid tectonic plates. They move very slowly. On a sphere, these movements are well approximated by a rotation around an axis going through the centre of the Earth. The two intersection points of this axis with the Earth's surface are called Eulerian poles.

The plate's movement can be described by three parameters:
• the latitude and the longitude of one of the plate's Eulerian poles,
• the angular rotation speed of the plate around its axis.

When two plates move apart a rift is formed (Iceland, East Africa rift). When two plates come closer, earthquakes are likely as well as the formation of mountains (the Alps, Andes, Himalayas…).

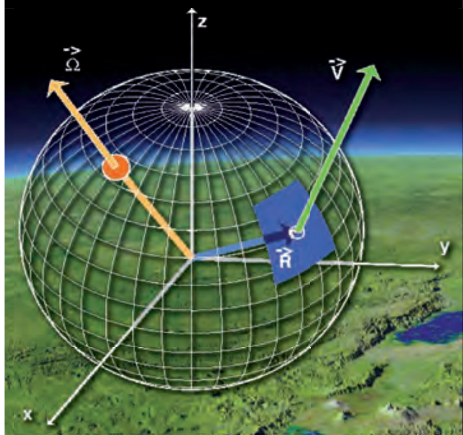
La tectonique des plaques

Du noyau interne à la surface, la Terre se refroidit et entraîne des mouvements de convection dans le manteau terrestre. La matière chaude monte et se refroidit à la surface. Elle replonge alors dans le manteau où elle se réchauffe à nouveau et recommence un nouveau cycle. La présence de plaques rigides en surface crée des cisaillements.

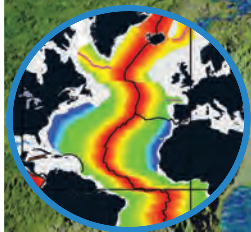
Comment se déplacent ces plaques ?

Les plaques terrestres - une douzaine de calottes rigides - se déplacent très lentement. Sur une sphère, ces mouvements s'apparentent à une rotation autour d'un axe passant par le centre de la Terre et sortant par deux points appelés pôles eulériens.
La description mathématique du mouvement des plaques fait intervenir trois paramètres :
• la latitude et la longitude d'un pôle eulérien de la plaque,
• la vitesse de rotation angulaire de la plaque autour de l'axe.

Quand deux plaques s'écartent, une faille se crée et des volcans peuvent apparaître (Islande, rift de l'Afrique de l'est). Quand elles se rapprochent, il y a possibilité de séisme ou naissance d'une chaîne de montagnes (Alpes, Andes, Himalaya…).



ctonic plate movement
G.Roux-CS



e Mid-Atlantic ridge
J.Y.Royer-Cnrs & Brest University

The Great Rift Valley in East Africa
© C.Hormann-earth.imagico.de

San Andreas fault – California © Nasa.EOS

La Terre à cœur ouvert ! 4/1

Deux tremblements de terre se sont produits dans l'hémisphère sud.

Observez les trajectoires des ondes sismiques dans la partie ouverte du globe terrestre.

Où ont pu avoir lieu les tremblements de terre ?

Que retenir ?

Pour prouver la nature solide de la graine, **Inge Lehmann** a analysé les trajets et les temps d'arrivée des ondes sismiques provoquées par de grands tremblements de terre situés aux antipodes.

Calculer le temps de parcours des ondes sismiques

Il est facile de calculer la trajectoire et le temps de parcours des ondes sismiques en fonction des milieux traversés.
Les mathématiciens peuvent reconstituer la structure interne de la Terre en fonction de ces temps de parcours enregistrés en différents points du globe.
Le modèle sur le panneau a été proposé par Inge Lehmann pour expliquer les données sismiques observées ; les ondes noires sont réfléchies sur le noyau interne.

sur une idée de Christiane Rousseau - Université de Montréal
réalisation : Centre•Sciences & Tryame

à voir sur **imaginary.org/hands-on/is-the-core-of-the-earth-solid-or-liquid**

Plaques tectoniques et subduction 4/2

Observez l'écoulement lent de ce matériau à forte viscosité.

Il permet de simuler, en laboratoire, le déplacement des plaques tectoniques.

Que retenir ?

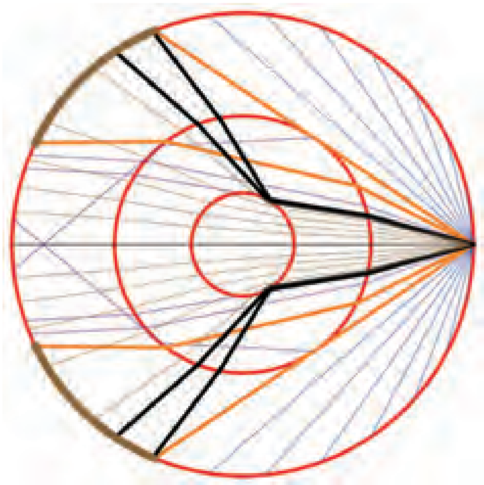
Cette plaque de silicone se déplace lentement, comme le font les plaques tectoniques de l'écorce terrestre.

La formation d'une chaîne de montagnes débute par la fermeture d'un domaine océanique. Le continent chevauchant est le siège d'un important volcanisme et subit le plus souvent un régime tectonique en compression conduisant à l'épaississement de la croûte et à la formation de reliefs de type chaîne andine, avec failles, chevauchements et plissements.

Une fois l'océan entièrement disparu, la marge continentale entre en subduction sous le continent épaissi. Ce mouvement ne peut durer très longtemps car le contraste de densité entre la croûte et le manteau s'oppose à cette subduction.

sur idée de Jean-Pierre Brun - Université Rennes 1
réalisation : Centre•Sciences

à voir sur **imaginary.org/hands-on/tectonic-plates**



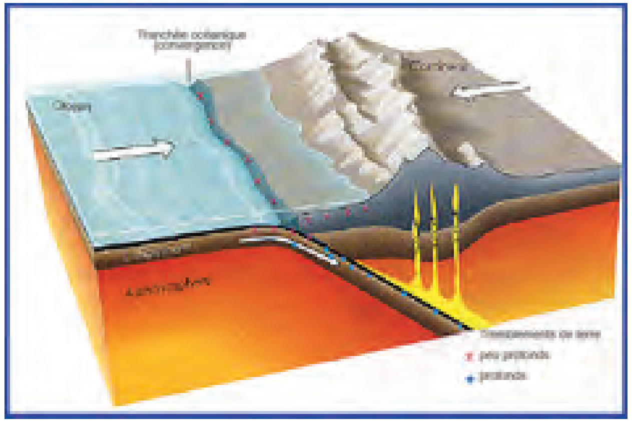
Trajectoire des ondes dans un milieu avec des noyaux externe et interne

Pour en savoir plus 4/1 La Terre à cœur ouvert !

Pas facile d'explorer l'intérieur de la Terre ! Le rayon de la Terre est d'environ 6 360 km et les forages les plus profonds atteignent 12 km. On sait que sous la croûte terrestre se trouve du magma liquide : c'est la lave qui sort des volcans lorsqu'ils sont en éruption. Mais que trouve-t-on plus profondément ? Il faut utiliser des moyens indirects pour le découvrir.

C'est en 1936 qu'Inge Lehmann, par ses observations sur les ondes sismiques, a découvert le noyau interne de la Terre. Près de 30 ans plus tard, Freeman Gilbert and Adam M. Dziewonski ont établi que ce noyau interne était solide ! Et ce, encore une fois, par des arguments indirects. Lorsqu'un tremblement de terre se produit, on commence par localiser son épicentre par des méthodes de triangulation, à partir de la connaissance des instants où différents sismographes ont enregistré la secousse.

lire la suite => accromath.uqam.ca/accro/wp-content/uploads/2013/04/Noyau.pdf



=> www.dailymotion.com/video/x19asbo_chaine-de-montagne-en-formation

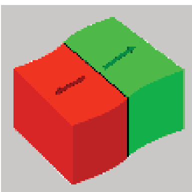


fig 1

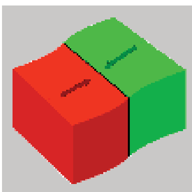


fig 2

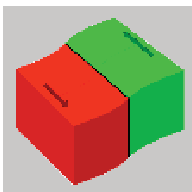


fig 3

Pour en savoir plus 4/2 Plaques tectoniques et subduction

Les techniques mathématiques permettent de raffiner des modèles qui approximent de mieux en mieux la répartition et le mouvement des plaques tectoniques.

Les plaques sont rigides et bougent peu. Donc, en première approximation leur mouvement est linéaire. Un mouvement linéaire sur la sphère est une rotation autour d'un axe passant par le centre de la sphère et coupant la sphère au pôle eulérien (voir pôle eulérien sur Wikipedia). C'est le théorème d'Euler. La vitesse d'un point de la plaque dépend de sa distance au pôle eulérien. On peut la calculer en fonction de la vitesse angulaire et de la colatitude depuis le pôle eulérien.
Les pôles eulériens sont situés à l'intersection de grands cercles perpendiculaires aux failles transformantes - failles le long desquelles les vitesses des deux plaques tectoniques sont parallèles à la faille, en direction inverse l'une de l'autre.

Quand les plaques se touchent, il y a plusieurs possibilités :
1. Les plaques s'écartent : on a deux translations qui éloignent les plaques l'une de l'autre (fig 1), des volcans apparaissent dans la faille qui se creuse (Islande, rift africain, dorsales océaniques).
2. Les plaques se rapprochent : les deux blocs se déforment (fig 2) (www.geologie.ens.fr/~vigny/tecto-f.html). Ceci conduit à la naissance de chaînes de montagnes.
3. Les translations ont des directions opposées, parallèlement à la faille. On a alors du cisaillement (fig 3).
4. Un mélange de 1 et 3 ou 2 et 3.

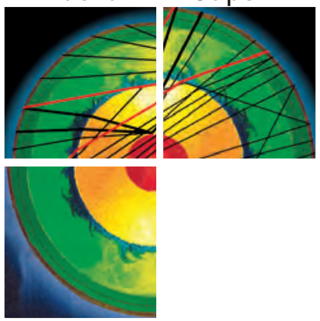
Pourquoi les plaques bougent-elles ? À cause de mouvements de convection dans le manteau.

Pour le lecteur averti : www.geologie.ens.fr/~vigny/cours/chp-gphy-5.html
et www.breves-de-maths.fr/sous-nos-pieds-le-manteau-bouge/

Pour refaire les manipes

4/1 La Terre à cœur ouvert !

coupes Alaska Japon



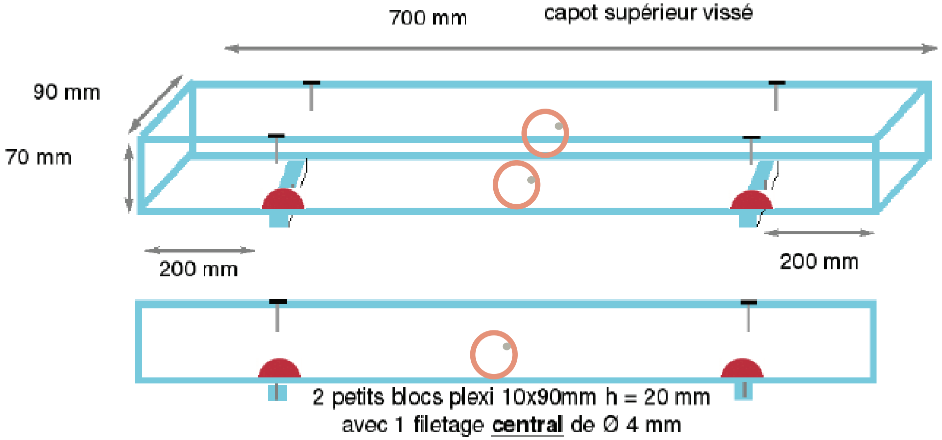
• **Un globe terrestre** du commerce Ø : 250 mm
- Coupe de 1/8 du globe suivant des méridiens passant par Alaska et Japon
- remplissage des parties coupées par des 1/4 de diamètre en PMMA collés
• Décor des coupes par des impressions plastifiées (cf illustrations ci-jointes)
- Collage au centre d'un «**noyau**» (R = 25 mm) peint en gris métal
- Placez 3 pastilles aux antipodes de chacune des 2 coupes (Alaska - Japon)

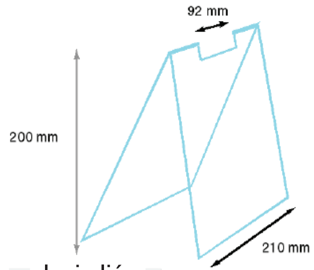
Fourniture : un fichier numérique des illustrations

Montage :
Positionner le globe sur son support, sur une table ou
sur un mât métallique (h = 800 mm) avec semelle de lest en fonte

4/2 Plaques tectoniques et subduction

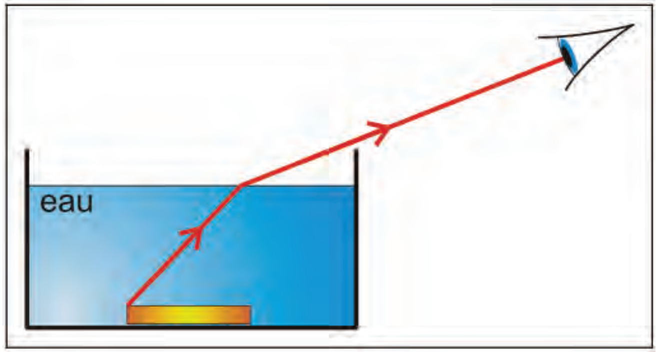
• **Une cuve** fermée en PETG dim : 700x90x70 mm, épaisseur 10 mm
- capot supérieur vissé
• **Un plexi plié** avec une encoche en haut pour poser et caler la cuve
• **2 demi joncs** en forex collés dans la cuve au-dessus des 2 blocs (ℓ = 88 mm)
• **1 tube en carton** ou plexi au centre, mobile et tenu par 2 pastilles plastiques (ℓ = 88 mm)
• **1 bloc de pdms** ou silly putty de 50 cl placé dans la cuve

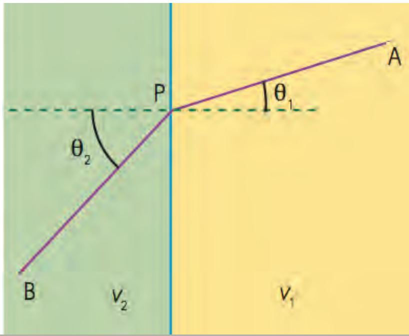




plexi plié

A faire vous-même





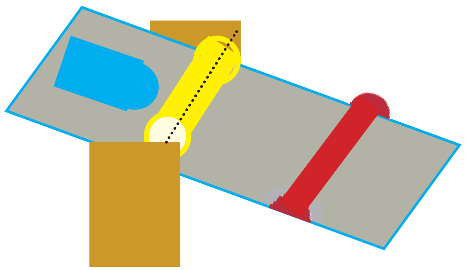
4-1 Le principe de Fermat, dit principe du moindre temps

Tours de magie :
- Placez une pièce de 1 € au fond d'un bol ou d'un récipient opaque. Placez vous à distance, juste pour ne plus voir la pièce. Faites versez de l'eau dans le bol et la pièce va réapparaître ! Pourquoi ?
- Placez un crayon dans un verre transparent et remplissez-le d'eau. Pourquoi semble-t-il cassé ?

Le phénomène de la réflexion semble avoir été connu dès l'Antiquité, comme le révèle l'anecdote des miroirs ardents d'Archimède. Dans un ouvrage sur les miroirs et les lentilles, le mathématicien arabe ibn Sahl (940-1000) présente le résultat de ses travaux sur la réfraction. En Europe, ce phénomène a été étudié pour la première fois par Willebrord Snell (1580-1626), puis par René Descartes (1596-1650). On associe le nom de ces deux hommes à la loi de la réfraction. Cependant, c'est Pierre de Fermat (1601- 1665) qui, en développant **le principe de « moindre temps »**, est le premier à donner un fondement rigoureux à cette loi. Le principe de moindre temps a été depuis reformulé et développé pour devenir le « principe de moindre action ».
La figure ci-contre illustre le changement de direction d'un rayon lumineux traversant deux milieux différents. La vitesse de la lumière dans ces milieux est représentée respectivement par v1 et v2.
Pour aller du point B au point A, le rayon lumineux emprunte le chemin **le plus rapide**.

=> www.youtube.com/watch?v=Fme-MGB1yWY
et aussi : www.univ-fcomte.fr/download/irem/document/ressources/math-phys/refraction/fermat.pdf
ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/optigeo/fermat.html

mots clés : *Principe de Fermat - Expériences de réfraction*



4-2 Plaques tectoniques

Refaites l'expérience en utilisant une pâte mole appelée **Silly Putty** ou Slim que vous trouverez sur Internet ou dans une pharmacie, comme pâte relaxante, sous le nom de **Redux**.
Mieux, vous pouvez aussi faire vous même :
- udppc.asso.fr/actescongres/docactes/2006/426_01092012032441.pdf
- fr.wikihow.com/faire-de-la-silly-putty-(pâte-à-modeler-gluante)

Sur une planchette rectangulaire, fixez, au tiers, un demi-rond en bois ou en PVC.
Au contact de la planchette, suspendez, au 2/3, un petit cylindre de bristol ou de plastique.
Soulevez l'un des bords de la planchette. Posez la pâte en haut de la planchette et observez !

Entre ciel et Terre

5-1

Pour corriger l'effet des turbulences atmosphériques sur les images obtenues par nos grands télescopes et radiotélescopes terrestres, un traitement mathématique est appliqué, lequel permet d'améliorer la résolution angulaire des images obtenues : chaque pixel de l'image est remplacé par une combinaison linéaire des pixels voisins.

Comment débruiter ?

Dans la saisie, le traitement et le transport des images prises par les satellites, ces images présentent des défauts, appelés bruits, qui sont dus aux capteurs.

Pour débruiter ces images à la réception, on utilise des équations aux dérivées partielles. La plus connue est l'équation de la chaleur. Pour une image en noir et blanc, cela revient à considérer que le niveau de gris de chaque point est une moyenne pondérée des niveaux de gris des points voisins. Cela a comme inconvénient de rendre flous les bords des objets. On y remédie en utilisant des lissages qui n'emploient pas tous les points voisins.

5-2

Où est le Soleil à midi ?

Avez-vous déjà remarqué que le milieu du jour (ou midi solaire) n'est pas toujours à la même heure sur votre montre ? Le Soleil se couche plus tôt le 10 décembre qu'au solstice d'hiver.
Observez le Soleil à midi chaque semaine. Sur un an, sa position décrit un grand 8, appelé analemme, dont les extrémités sont aux solstices d'hiver et d'été.

L'équation du temps

C'est la différence entre le midi officiel et le midi solaire.
Cette différence a deux causes :

- Depuis Kepler, nous savons que la Terre décrit une ellipse dont le Soleil est l'un des foyers. Elle tourne plus vite autour du Soleil lorsqu'elle en est plus près, soit pendant l'hiver boréal : les jours réels sont alors plus longs que les jours officiels.

- L'axe de la Terre a une inclinaison fixe de 23,5 ° par rapport à la normale au plan de rotation autour du Soleil (l'écliptique). Les jours solaires sont plus longs que les jours moyens autour des solstices d'hiver et d'été.
Ces différences journalières s'additionnent.

From the Earth to the sky

To correct for the effects of atmospheric turbulence on images obtained by large terrestrial telescopes, a mathematical technique is used to improve the angular resolution of the images: each pixel is replaced by a linear combination of the neighbouring pixels.

How to reduce noise?

In the processing and transport of images taken by satellites, digital pictures often contain defaults, called noise, mainly due to yje sensors.
To reduce the noise in the images, one can use partial differential equations. The best-known is the "heat equation". For a gray level image, this turns out to replace the gray level of each point by a weighted mean of the gray levels of its neighbours. A drawback of this method is that it yields fuzzy boundaries on objects. This can be avoided through smoothing techniques, which use only selected neighbouring points.

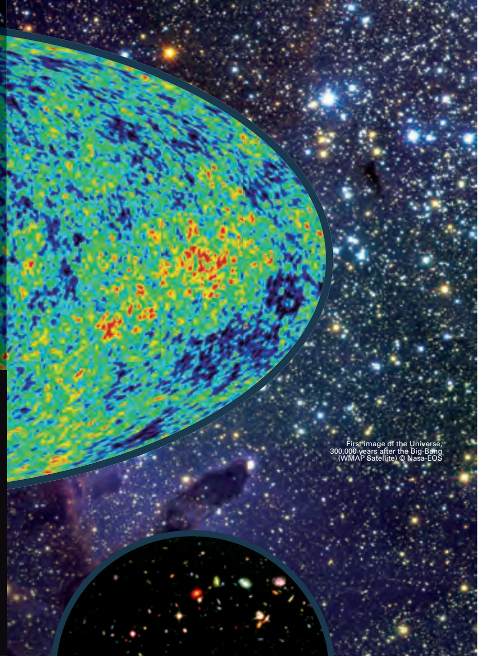
Entre ciel et Terre

Pour corriger l'effet des turbulences atmosphériques sur les images obtenues par nos grands télescopes et radiotélescopes terrestres, un traitement mathématique est appliqué, lequel permet d'améliorer la résolution angulaire des images obtenues : chaque pixel de l'image est remplacé par une combinaison linéaire des pixels voisins.

Comment débruiter ?

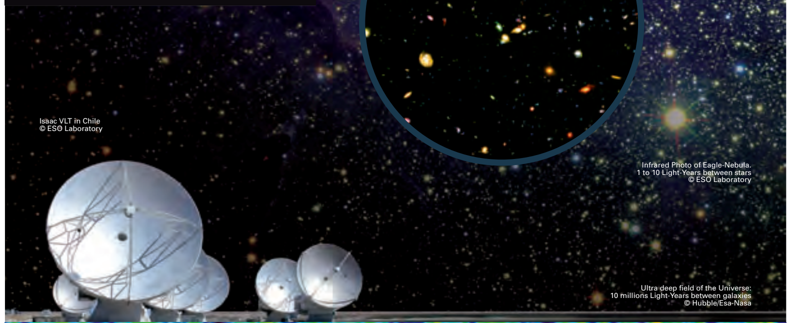
Dans la saisie, le traitement et le transport des images prises par les satellites, ces images présentent des défauts, appelés bruits, qui sont dus aux capteurs.

Pour débruiter ces images à la réception, on utilise des équations aux dérivées partielles. La plus connue est l'équation de la chaleur. Pour une image en noir et blanc, cela revient à considérer que le niveau de gris de chaque point est une moyenne pondérée des niveaux de gris des points voisins. Cela a comme inconvénient de rendre flous les bords des objets. On y remédie en utilisant des lissages qui n'emploient pas tous les points voisins.



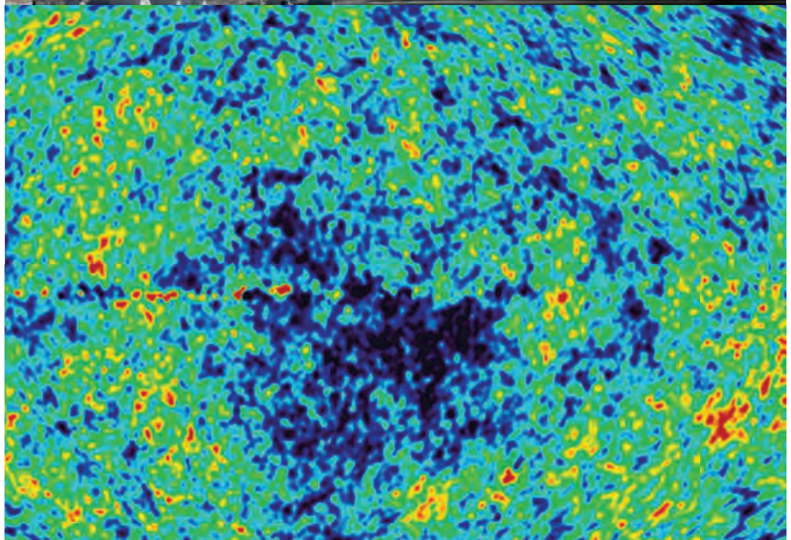
First image of the Universe,
300,000 years after the Big-Bang
(WMAP Satellite) © Nasa-EOS

Infrared Photo of Eagle-Nebula.
1 to 10 Light-Years between stars
© ESO Laboratory



Isaac VLT in Chile
© ESO Laboratory

Ultra deep field of the Universe:
10 millions Light-Years between galaxies
© Hubble/Esa-Nasa



Where is the Sun at noon?

Maybe you have already noticed that the middle of the day (or solar noon) is not always at the same time on your watch? The sunset is sooner on December 10 than at the winter solstice.
If you observe the Sun at noon every day, then its position draws a figure eight curve, called *analemna*, with endpoints at the winter and summer solstices.

The equation of time

The equation of time is the difference between the solar noon and the official noon.
This difference is explained by two phenomena:
- Since **Kepler**, we know that the Earth's orbit is an ellipse with the sun located at one focus. The Earth travels faster when it is closer to the sun, i.e. during the boreal winter: real days are then shorter than official days.
- The Earth's axis is at an angle of 23.5 ° with respect to the axis normal to the plane where it rotates around the Sun (the ecliptic plane). Thus, solar days are then longer than the average days around the summer and winter solstices.
These daily differences add up during the year.

Où est le Soleil à midi ?

Avez-vous déjà remarqué que le milieu du jour (ou midi solaire) n'est pas toujours à la même heure sur votre montre ? Le Soleil se couche plus tôt le 10 décembre qu'au solstice d'hiver.
Observez le Soleil à midi chaque semaine. Sur un an, sa position décrit un grand 8, appelé *analemme*, dont les extrémités sont aux solstices d'hiver et d'été.

L'équation du temps

C'est la différence entre le midi officiel et le midi solaire.
Cette différence a deux causes :

- Depuis **Kepler**, nous savons que la Terre décrit une ellipse dont le Soleil est l'un des foyers. Elle tourne plus vite autour du Soleil lorsqu'elle en est plus près, soit pendant l'hiver boréal : les jours réels sont alors plus longs que les jours officiels.

- L'axe de la Terre a une inclinaison fixe de 23,5 ° par rapport à la normale au plan de rotation autour du Soleil (l'écliptique). Les jours solaires sont plus longs que les jours moyens autour des solstices d'hiver et d'été.
Ces différences journalières s'additionnent.

allipoli-Puglia-Italy
Mi.Ti-Fotolia.com

undial
Inga Nielsen-Fotolia.com

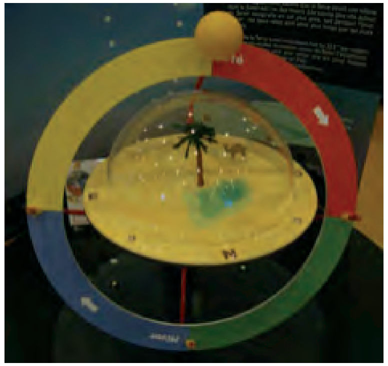
nalemma
O.Morand/S.Roux-Orléans

The ecliptic - Earth's orbital plane
© SR-Orléans

La course du Soleil

5

**Placez le Soleil sur une des saisons.
Faites le tourner autour de la Terre.
Imaginez l'ombre décrite
autour du palmier.**



Que retenir ?

Le Soleil se lève à l'Est et se couche à l'Ouest. A midi, il est au plus haut ; l'ombre d'un bâton planté en terre est alors la plus courte de la journée. Elle est la plus courte des plus courtes quand il est midi et que l'on est au solstice d'été.

Le bâton planté verticalement dans le sol est le plus ancien cadran solaire. Il permet de découper la journée en deux parties : avant midi et après midi.

Si on voyait les étoiles en même temps que le Soleil, on verrait celles-ci tourner pendant la journée mais chaque mois, le Soleil aurait changé de «maison». Le Soleil parcourt ainsi les 12 constellations du zodiaque dans les 12 mois de l'année et ceci parce que le Soleil est une étoile toute proche de la Terre, la plus proche.

idée & réalisation : Centre•Sciences

à voir aussi sur **imaginary.org/hands-on/where-is-the-sun-at-noon**

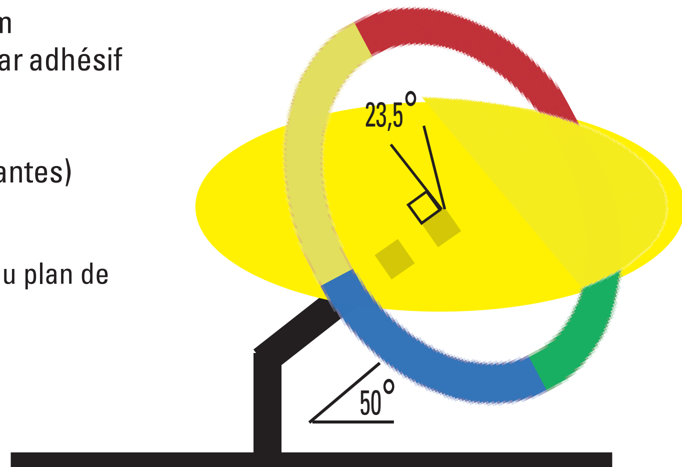
Pour refaire la manipe

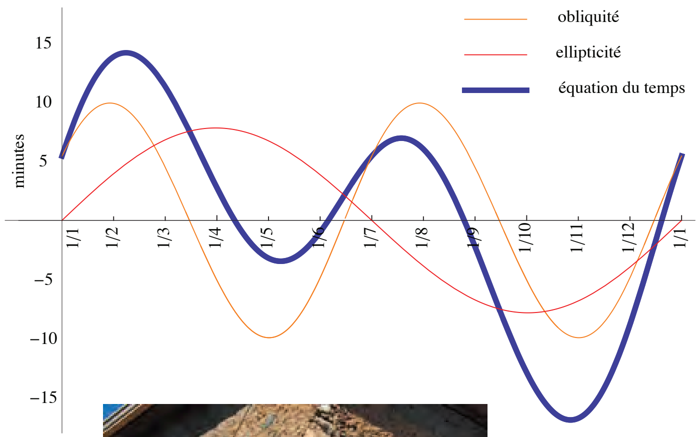
5/ La course du Soleil : le célescope

- **Plateau de maintient** avec support d'axe incliné : fabrication en tube D :30 mm
- **Décor** paysage sur disque horizontal fixe sous capot pmma D : 250mm
- **Couronne pivotante** en pmma, peinte en 4 couleurs avec marquages par adhésif fixée à 23,5° sur l'axe oblique
- Une **boule en bois** percée

Vous pouvez aussi acheter l'original, inventé par Bernard Melguen (Nantes)

* 50° : latitude du lieu
* 23,5° : inclinaison de l'axe de rotation de la Terre par rapport à la normale au plan de son orbite





Pour en savoir plus 5/1 Cadrans solaires et course du Soleil

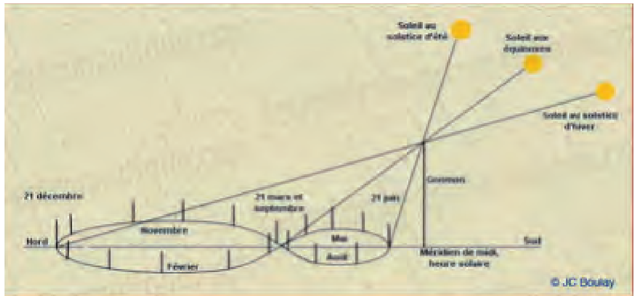
L'équation du temps, différence entre le midi solaire et le midi officiel, désignait en astronomie ancienne, la correction à ajouter à la valeur moyenne pour obtenir la valeur vraie.

Tous **les cadrans solaires** donnent le midi solaire et il faut corriger pour trouver le midi officiel.
Le "style" du cadran est presque toujours parallèle à l'axe de la Terre.

Sur les murs des maisons on retrouve des cadrans solaires verticaux. La ligne de midi est verticale.
Pour les grands cadrans solaires installés au sol, la ligne de midi est dans le plan du méridien du lieu.
Dans le cadran solaire équatorial le plan du cadran est parallèle au plan de l'équateur.
C'est seulement pour le cadran équatorial que l'angle entre deux lignes horaires consécutives est constant.

La conception d'un cadran solaire requiert de la géométrie : il faut comprendre le mouvement de la Terre autour du soleil et ajuster les angles en fonction de la latitude du lieu.

Pour le lecteur averti : accromath.uqam.ca/accro/wp-content/uploads/2013/09/Temps.pdf



Montpellier

A faire vous-même

5- Cadrans et analemmes solaires

Le plus facile : trouvez autour de vous, sur les murs ou au sol, des cadrans solaires.
N'oubliez pas qu'ils sont, le plus souvent, tournés vers le sud.
Plus difficile : trouvez des analemmes. Le plus ancien en France est à Bourg-en-Bresse.
On en trouve, au sol, dans les jardins publics (Avignon, Dijon...), dans quelques cathédrales...
=> www.sogedima.be/java/ana.php
Sinon, faites-les vous même !
Pour l'analemme, soit au sol, soit en photographiant le Soleil une ou deux fois par mois à la même heure au même endroit et, bien sûr, avec le même cadre ! (attention aux changements d'heure)
=> en français : www.planetseed.com/fr/relatedarticle/bloc-notes-du-prof-3
=> en anglais : www.analemma.com/
=> **mots clés** : *cadran solaire - analemme solaire*
Questions pour en savoir plus sur les tajectoires du Soleil et des planètes :

Dans quel(s) sens tourne la Lune ???

Pourquoi fait-il froid l'hiver et chaud l'été ?

Où suis-je ? 6-1

Combien faut-il de satellites en orbite autour de la Terre pour savoir à tout instant où l'on se trouve ?
Le système GPS utilise un ensemble de satellites en orbite (au moins 24) autour de la Terre, et qui émettent des signaux.
Un récepteur GPS idéal mesure le temps de parcours de trois signaux émis depuis trois satellites jusqu'à lui. De cette mesure, il déduit sa distance à chacun des trois satellites.

L'ensemble des points à une distance donnée d'un satellite est une sphère centrée au satellite. Le récepteur est donc l'un des deux points d'intersection de trois sphères centrées en chacun des trois satellites. Le deuxième point d'intersection est éliminé parce que très loin de la surface de la Terre.
Ce calcul suppose que l'horloge du récepteur soit parfaitement synchronisée sur celle des satellites…

Et si ce n'est pas le cas ?

Alors, le récepteur a besoin de capter le temps de parcours d'un quatrième satellite. À partir de ces quatre temps de parcours (fictifs), il calcule ses trois coordonnées de position et le décalage de son horloge avec celle des satellites.

6-2 Les satellites : tout est sous contrôle

Télécommunications, navigation, météorologie..., mais aussi téléphones cellulaires, GPS, Internet, autant de raisons d'envoyer des satellites autour de la Terre.
Pour cela, les mathématiciens sélectionnent et optimisent les trajectoires et les orbites des engins spatiaux avec des méthodes de plus en plus sophistiquées.

Une assistance de chaque instant !

Un satellite se maintiendra sur son orbite sans énergie additionnelle si on lui confère la bonne vitesse : cette vitesse dépend de l'altitude de l'orbite. Pour les satellites géostationnaires, il n'y en a qu'une possible : 36 000 km, altitude pour laquelle la force centrifuge ressentie par le satellite est exactement égale à l'attraction gravitationnelle de la Terre.

Le même type de techniques peut être utilisé pour les missions interplanétaires : on accélère le véhicule spatial en lui faisant frôler des corps célestes. On s'arrange aussi pour qu'il arrive en douceur auprès des corps célestes qu'il va visiter.

Where are you?

How many satellites orbiting around the Earth are needed to compute exactly one's exact position at each instant?
The GPS system uses a set of satellites (at least 24) orbiting around the Earth and emitting signals.
An ideal GPS receiver measures the travel time of three signals from emitted by three satellites to the receiver. From these measurements, it computes its distance to each satellite.

The set of points at a given distance from a satellite is a sphere centred at the satellite. The receiver is hence located at one of the two intersection points of three spheres centred on each of the satellites. The second intersection point is eliminated since located very far from the surface of the Earth's surface.
An underlying hypothesis is that the receiver's clock is perfectly synchronized with those of the satellites...

And if not?

Then the receiver needs to measure the signal's travel time from a fourth satellite. From these four (fictitious) travel times, it computes three position coordinates and the time shift between its clock and that of the satellites.

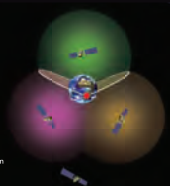
Où suis-je ?

Combien faut-il de satellites en orbite autour de la Terre pour savoir à tout instant où l'on se trouve ?
Le système GPS utilise un ensemble de satellites en orbite (au moins 24) autour de la Terre, et qui émettent des signaux. Un récepteur GPS idéal mesure le temps de parcours de trois signaux émis depuis trois satellites jusqu'à lui. De cette mesure, il déduit sa distance à chacun des trois satellites.

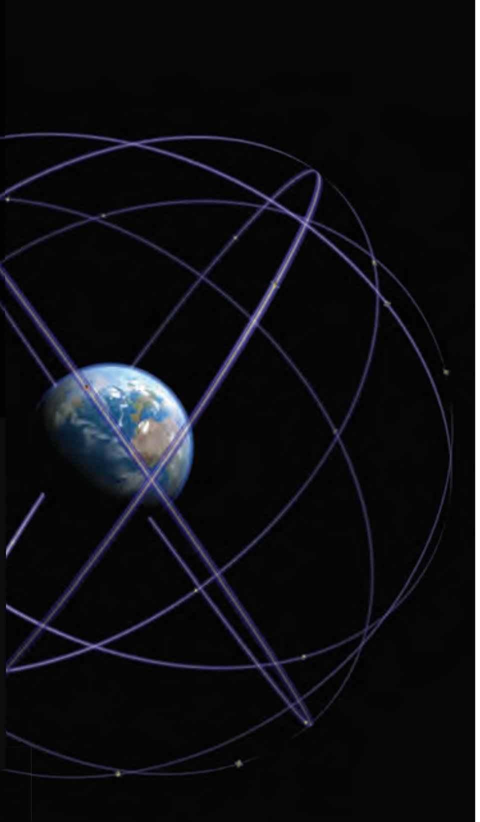
L'ensemble des points à une distance donnée d'un satellite est une sphère centrée au satellite. Le récepteur est donc l'un des deux points d'intersection de trois sphères centrées en chacun des trois satellites. Le deuxième point d'intersection est éliminé parce que très loin de la surface de la Terre.
Ce calcul suppose que l'horloge du récepteur soit parfaitement synchronisée sur celle des satellites…

Et si ce n'est pas le cas ?

Alors, le récepteur a besoin de capter le temps de parcours d'un quatrième satellite. À partir de ces quatre temps de parcours (fictifs), il calcule ses trois coordonnées de position et le décalage de son horloge avec celle des satellites.



4 satellites to know where I am
© SR-Orléans



Galileo orbits © Esa-www.galileoic.org

GPS satellites © P.Carrill-Esa-2004

Satellites under control

Telecommunications, navigation, meteorology, etc., but also mobile phones, GPS and the Internet, provide numerous reasons to place satellites in orbiti around the Earth.
For this purpose, mathematicians select and optimise trajectories and orbits of spacecrafts with more sophisticated techniques.

Controlling the trajectory!

A satellite will remain on its orbit without the need of additional energy if is given the right initial speed: this speed depends on the altitude of the orbit. There is only one possible altitude for a geostationary satellite: 36,000 km, the one for which the centrifugal force exerted on the satellite is exactly equal to the gravitational attraction of the Earth.
The same type of techniques can be used when designing interplanetary missions. In that case, the spacecraft is accelerated by passing close to celestial bodies. Moreover, to minimize energy spent in deceleration, its speed of approach should be small close to the celestial bodies it is visiting.

Les satellites : tout est sous contrôle

Télécommunications, navigation, météorologie..., mais aussi téléphones cellulaires, GPS, Internet, autant de raisons d'envoyer des satellites autour de la Terre.
Pour cela, les mathématiciens sélectionnent et optimisent les trajectoires et les orbites des engins spatiaux avec des méthodes de plus en plus sophistiquées.

Une assistance de chaque instant !

Un satellite se maintiendra sur son orbite sans énergie additionnelle si on lui confère la bonne vitesse : cette vitesse dépend de l'altitude de l'orbite. Pour les satellites géostationnaires, il n'y en a qu'une possible : 36 000 km, altitude pour laquelle la force centrifuge ressentie par le satellite est exactement égale à l'attraction gravitationnelle de la Terre.
Le même type de techniques peut être utilisé pour les missions interplanétaires : on accélère le véhicule spatial en lui faisant frôler des corps célestes. On s'arrange aussi pour qu'il arrive en douceur auprès des corps célestes qu'il va visiter.

pace Shuttle Discovery approaching ISS
Nasa-Eos

The International Space Station © Nasa-Eos

Mesurer le relief

6/1

Déplacez le satellite et trouvez le point le plus haut, le point le plus bas du relief.

Pour mesurer, appuyez d'abord sur le bouton rouge puis mesurez en appuyant sur le bouton vert.

Que retenir ?

Le principe du radar permet de voir les reliefs de la surface de la Terre en mesurant le temps de trajet aller-retour mis par une onde émise par le satellite en direction du globe.
Ces ondes traversent l'atmosphère et se réfléchissent sur le sol. Cette technique est utilisable de jour comme de nuit, même avec une couverture nuageuse.

Une vue stéréographique des océans

Ces mesures altimétriques permettent de connaître, avec une précision de quelques centimètres, le relief des surfaces terrestre et océanique et de les cartographier en 3 dimensions. On peut ainsi observer la circulation des courants océaniques et leurs variations.

idée & réalisation : Centre•Sciences

à voir aussi sur **imaginary.org/hands-on/satellites-under-control**

Satellites en orbite !

6/2

Prenez le plateau entre vos 2 mains.
Faites-le tourner comme le ferait un orpailleur.
La bille va tourner autour de la Terre.

Essayez de lui faire décrire une orbite elliptique.
Son orbite peut-elle être circulaire ?
Pourquoi peut-elle s'échapper du support ?

Que retenir ?

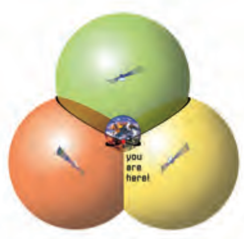
L'orbite précise d'un satellite dépend de sa mission, observation, communication, GPS, etc. Il gardera l'orbite choisie si on lui confère la bonne vitesse.

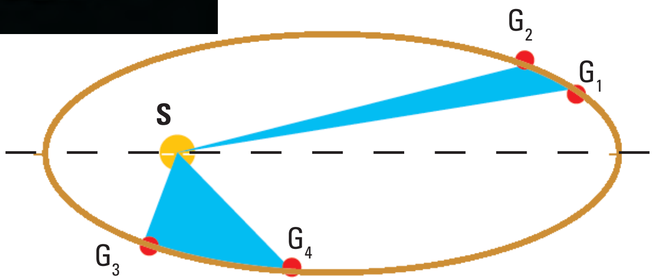
L'orbite peut être :
- **géostationnaire** pour la communication, la télédétection, les satellites tournant à 36 000 km d'altitude avec la même vitesse angulaire que la Terre,
- **polaire**, le satellite passant par l'axe des pôles entre 700 et 800 km d'altitude,
- **quasiment circulaire**. C'est le cas des 24 satellites du système GPS qui tournent à 20 000 km d'altitude, à une vitesse de 14 000 km/h.

Pour résoudre ces problèmes, les mathématiciens utilisent des outils développés depuis Kepler, mais aussi des résultats récents qui tiennent compte de la relativité.

idée : Jean Brette - Paris
réalisation : Centre•Sciences

à voir aussi sur **imaginary.org/hands-on/where-are-you**





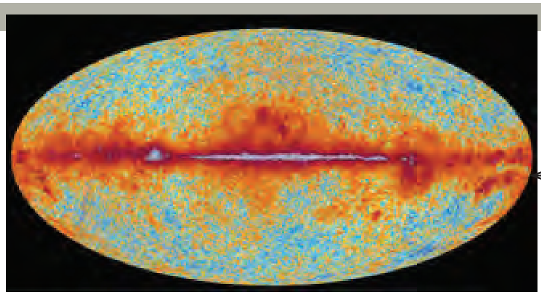
La loi des aires de Kepler

Pour en savoir plus 6/1 Mesurez les reliefs

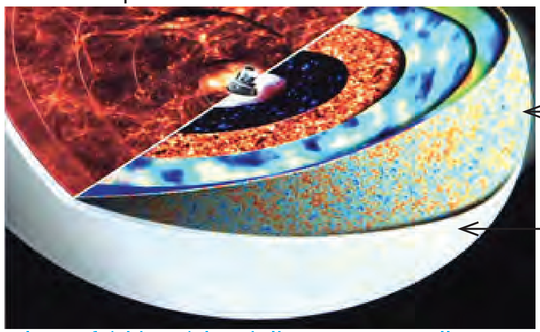
Placer des satellites en orbite autour de la Terre, d'une autre planète ou, encore plus difficile, d'une comète, les arracher à l'attraction terrestre ou guider des sondes dans leur voyage interplanétaire est un travail d'orfèvre, gros consommateur de calculs et de mathématiques de pointe.
Les mathématiciens utilisent des outils développés depuis longtemps, lois de Kepler (1609 & 1619), de Newton (1687), méthode de Lagrange (1755) ou de Gauss (1801)… mais aussi des résultats récents, des théories du contrôle optimal, de la relativité ou du chaos déterministe.

La sonde européenne Rosetta
Lorsque la sonde européenne Rosetta a pris son envol en 2004 pour rejoindre la comète Tchouri, son périple, qui a duré 10 ans, fut l'un des plus complexes que les experts du spatial aient jamais organisé.
Sa mission : réussir son rendez-vous avec Tchouri en mai 2014, suivre la comète durant une année et déposer son atterrisseur Philae sur un sol dont on ne connaissait absolument rien.

Cette odyssée, événement du XXIe siècle, a bien sûr utilisé toutes les subtilités de la mécanique céleste et des mathématiques les plus pointues. Pour avoir une idée de la complexité, il suffit de se rappeler qu'une comète est un objet interstellaire très mobile situé à plusieurs milliards de kilomètres de la Terre.
L'effet de « fronde gravitationnelle » : utiliser la gravitation de divers astres pour dévier et accélérer.
Pour préserver son carburant dont elle eut grand besoin pour se mettre en orbite autour de Tchouri et y déposer son atterrisseur Philae, la sonde Rosetta exploita ses passages près de la Terre et de Mars entre 2005 et 2009 pour raccourcir son trajet. *=> www.dailymotion.com/video/x32hx1_le-plus-court-chemin-est-la-ligne-d_news*
=> www.sciencesetavenir.fr/espace/20150209.OBS2028/rosetta-rase-motte-aux-dessus-d-une-comete-le-14-fevrier.html



Dernière image du fond cosmologique fournie par **le satellite Planck** en février 2015



Big-Bang

=> lejournal.cnrs.fr/videos/planck-livre-une-nouvelle-carte-de-lunivers

Pour en savoir plus 6/2 Satellites en orbite

Où suis-je ?
Combien faut-il de satellites en orbite autour de la Terre pour savoir à tout instant où l'on se trouve ?
Il en faut au moins trois : ils mesurent leur distance à l'objet repéré. Mais Einstein a montré qu'un quatrième est nécessaire pour harmoniser les horloges des satellites et améliorer la précision.
L'objet à localiser, s'il est muni d'un récepteur portable, communique avec les satellites par ondes hertziennes. Il se trouve à l'intersection des 3 sphères ayant pour centre chacun des satellites et pour rayon leur distance à l'objet.

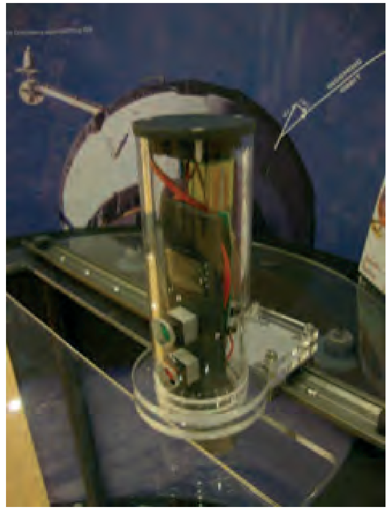
Un peu d'histoire
Le Global Positionning System (GPS) a été déployé en 1995 par le ministère de la défense américain qui autorise le public à s'en servir. Il comprend un minimum de 24 satellites orbitant à 20 200 km d'altitude. Ceux-ci sont disposés dans six plans faisant un angle de 55 degrés avec le plan de l'équateur.

Quelques applications non standard
Le GPS est utilisé pour établir l'altitude officielle de hautes montagnes comme l'Everest, le K2 et le Mont Blanc et pour mesurer leur croissance. Il sert aussi à mesurer le mouvement des plaques tectoniques. Le bas prix des récepteurs GPS en fait un outil idéal pour synchroniser les réseaux de transport d'électricité.

Réf : catalogue de l'exposition "Pourquoi les mathématiques" Centre•Sciences - Orléans 2004

Pour refaire les manipes

6/1 Mesurez les reliefs

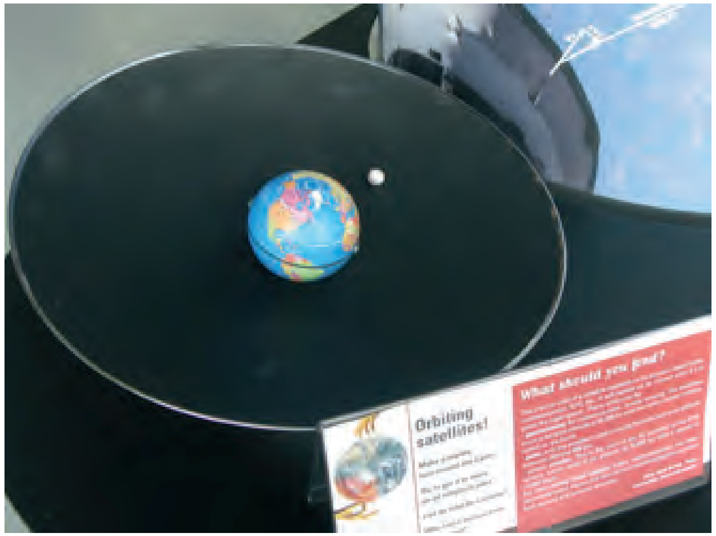


- Fabrication d'un **décor de relief** en mousse légère recouvert de papier et vernis.
- Fabrication de **3 entretoises** tige filetée tubé pour soutenir le décor (mini 60 cm)
- Fabrication d'un **guidage rotatif et coulissant** pour le télémètre :
  Plateau en PMMA : ép. 6 mm, diamètre 500 mm, avec 4 galets de guidage
  et un rail de glissement linéaire.
- Intégration dans un tube plexi d'**un télémètre à ultrason** à tête mobile (cf Amazon)
- Mise en place sur plateau dans le trou central (dimension 450 mm)

6/2 Satellites en orbite

- **Une corbeille à fruits*** de forme "callote sphérique", Diam : 50 à 80 cm
- Un petit **globe terrestre** fixé au centre. Diam : 5 à 8 cm
- un support non fixé au plat (ici un tore en polystyrène)
- une ou deux billes ordinaires

*** ou aussi :** un couvercle de grand wok, de lessiveuse, de cuve de jardin



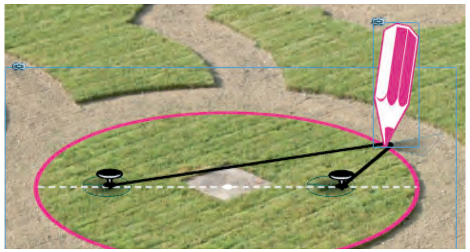
A faire vous-même

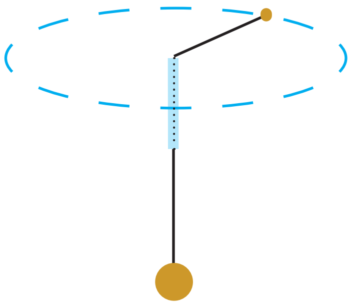
6/1 Mesurez les reliefs

A l'aide d'un télémètre laser (que l'on trouve dans tout magasin de bricolage), vous pouvez :

• mesurer les dimensions
- de votre chambre,
- d'une armoire ou du lit
- mesurer l'espace laissé libre dans la pièce.

• mesurer les dimensions extérieures de votre maison
• mesurer la distance de votre maison à tel ou tel obstacle extérieur (arbre, mur...)





6/2 Satellites en orbite

• Refaites l'expérience, chez vous, avec un couvercle, une parabole TV, un plat à fruits, les plus grands possible.
• Dessinez sur une feuille de papier une orbite elliptique ou hyperbolique avec une ficelle et 2 punaises (cf «coniques et ficelles» lutes.upmc.fr/physique/quizzroot/physiqueMouvement/deuxCorps/deuxCorpsForceCentrale.html#)

Mettez un satellite en orbite !

Pour comprendre l'attraction terrestre et les vitesses des satellites en orbite :

• faites tourner *au-dessus de votre tête* un objet relié à une cordelette de 1 mètre, puis 2 puis 3 ...
• remplacez l'objet par un petit seau rempli à moitié d'eau et refaites l'expérience avec 2 mètres de cordelette !!!
• un corps de stylo bille Bic, du fil de cuisine (fin mais solide), 2 boules de pâte à modeler (Ø 2 et 4 cm)

Faites passer le fil dans le tube. Attachez au fil la boule de pâte de 2 cm -votre satellite- et la boule 2 fois plus grosse (donc 8 fois plus lourde) qui simule l'attraction terrestre. Tenez le tube à la verticale, la petite boule pendant par le haut avec 10 cm de fil ; faites-la tourner *au-dessus* de votre tête. Observez la distance du satellite à votre point de départ (le tube) : pourquoi s'éloigne-t-il ? Quand vous ralentissez la rotation, comment varie la distance ? Tout en faisant tourner le satellite, faites varier la distance de la grosse boule au tube. (cf www.fondation-lamap.org/fr/topic/20087)

=> www.dailymotion.com/video/xl3pbc_question-d-espace-reponse-d-expert_tech

voir aussi sur internet, mots clés : **mise en orbite - simulation - satellite - gravitation**

=> www.pedagogie.ac-nantes.fr/1257337468405/0/fiche___ressourcepedagogique/&RH=1309459107744
=> files.meteofrance.com/files/education/animations/satellite_geostationnaire/highres/popup.html
=> www.science-animations.com/support-files/satellite.swf (en anglais)

La force de Coriolis 7-1

Avez-vous déjà tenté de viser une cible si vous êtes en mouvement vers la droite ? Vous devez viser à gauche de la cible si vous désirez l'atteindre. Même chose si la cible est animée d'un mouvement plus lent que le vôtre. Votre projectile semble dévié par une force fictive, la force de Coriolis.
C'est le mathématicien français G.G. de Coriolis (1792-1843) qui, par ses travaux théoriques sur les forces centrifuges composées, explique le premier l'influence de la rotation de la Terre sur le parcours des vents et des courants marins.

Où aller pour éviter les cyclones ?

C'est cette même force qui dévie les molécules d'air de l'atmosphère puisque leur vitesse, due à la rotation de la Terre, varie avec la latitude. Cela a comme effet que les dépressions tournent dans le sens horaire dans l'hémisphère nord et dans le sens anti horaire dans l'hémisphère sud. Le refuge contre les cyclones est donc l'équateur où aucune dépression ne peut se former, parce que la force de Coriolis y est presque nulle.

7-2 Turbulente météo !

La modélisation mathématique est omniprésente dans la météorologie moderne ; elle sert à décrire et comprendre les mécanismes, à analyser et à prévoir le temps ou le climat.
Les écoulements et les mouvements de l'atmosphère, particulièrement turbulents, peuvent être modélisés par les équations de Navier-Stokes qu'on ne sait toujours pas résoudre.
Les météorologues font donc appel à la simulation numérique utilisant les ordinateurs les plus puissants et les schémas numériques les plus sophistiqués.

Des prévisions chaotiques ?

La simulation utilise les conditions initiales recueillies par les stations météorologiques. Le météorologue Edward Lorenz a mis en évidence que les systèmes météorologiques sont chaotiques : une très petite erreur dans la mesure des conditions initiales peut engendrer une très grande erreur dans la prévision météorologique. Il ne faut donc pas être surpris que certaines prévisions soient fausses en régime turbulent, même peu d'heures à l'avance.

Coriolis force

Have you ever tried to throw something at a target when you are moving to the right? You need to aim on the left of the target if you wish to reach it. The same thing happens if the target is moving slower than you. Your projectile seems to be deviated by a fictitious force, the Coriolis force. It is the French mathematician **G.G. de Coriolis** (1792-1843) who was the first to explain the influence of the Earth's rotation on the winds and ocean currents, He did so through theoretical work on the effects of centrifugal forces.

Where to go so if one wishes to avoid hurricanes ?

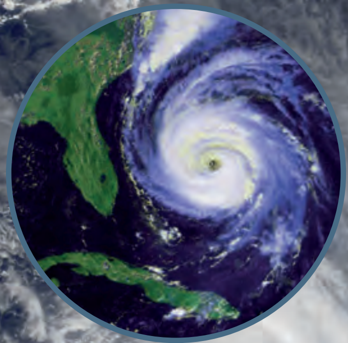
It is the same Coriolos force that deviates movement of the air molecules of the atmosphere since their speed, coming from the Earth's rotation varies with latitude. A consequence is that depressions rotate in the clockwise direction in the northern hemisphere and counter clockwise in the southern hemisphere.
The best place to avoid hurricanes is at the equator where the Coriolis force is almost zero and no depression can form.

La force de Coriolis

Avez-vous déjà tenté de viser une cible si vous êtes en mouvement vers la droite ? Vous devez viser à gauche de la cible si vous désirez l'atteindre. Même chose si la cible est animée d'un mouvement plus lent que le vôtre. Votre projectile semble dévié par une force fictive, la force de Coriolis.
C'est le mathématicien français **G.G. de Coriolis** (1792-1843) qui, par ses travaux théoriques sur les forces centrifuges composées, explique le premier l'influence de la rotation de la Terre sur le parcours des vents et des courants marins.

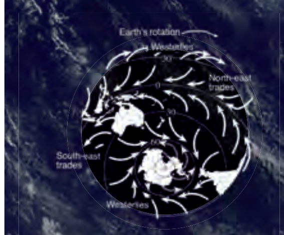
Où aller pour éviter les cyclones ?

C'est cette même force qui dévie les molécules d'air de l'atmosphère puisque leur vitesse, due à la rotation de la Terre, varie avec la latitude. Cela a comme effet que les dépressions tournent dans le sens horaire dans l'hémisphère nord et dans le sens anti horaire dans l'hémisphère sud. Le refuge contre les cyclones est donc l'équateur où aucune dépression ne peut se former, parce que la force de Coriolis y est presque nulle.

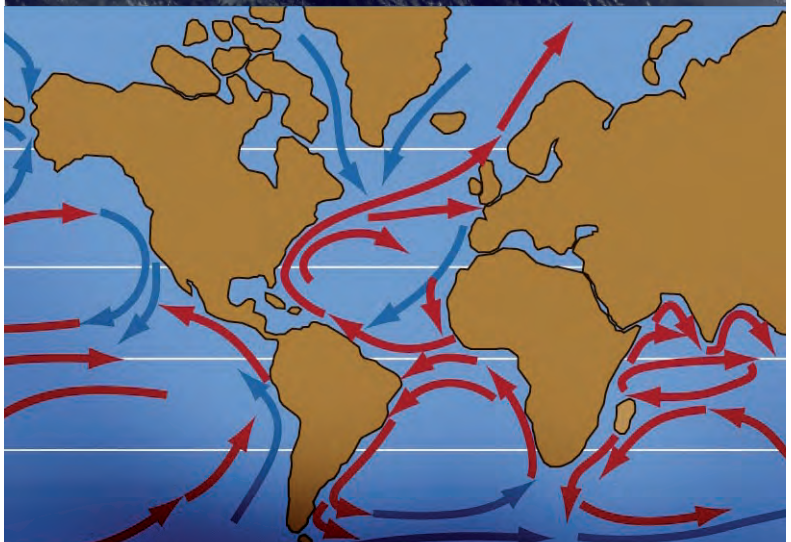


Hurricane Wilma in California – 2005 © Nasa-EOS

Reunion island



Dumile cyclone – 2012 © Nasa-Lance/Modis



Curents flow & Coriolis effect © Teachoceanscience.ne

Turbulent weather!

Mathematical modelling plays a central role in all aspects of modern meteorological science. It is essential for describing and understanding the mechanisms of weather and climate and to make meteorological predictions.

Atmospheric motions are particularly turbulent, and turbulent flow is governed by the **Navier-Stokes** equations. However, we still do not know how to solve these equations.
Meteorologists must rely on numerical simulation, making use of the most powerful computers and the most sophisticated numerical schemes.

Controling the trajectory at each instant!

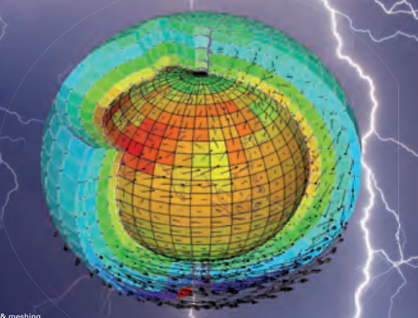
Weather simulation uses the initial conditions provided by meteorological stations.
The meteorologist **Edward Lorenz** has shown that meteorological systems are chaotic: a very small imprecision in the initial conditions can lead to a very large error in the meteorological prediction. One must not then be surprised that predictions can be wrong in turbulent regime, even just a few hours ahead of time.

Turbulente météo !

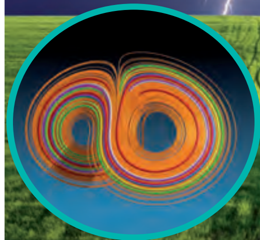
La modélisation mathématique est omniprésente dans la météorologie moderne ; elle sert à décrire et comprendre les mécanismes, à analyser et à prévoir le temps ou le climat.
Les écoulements et les mouvements de l'atmosphère, particulièrement turbulents, peuvent être modélisés par les équations de **Navier-Stokes** qu'on ne sait toujours pas résoudre.
Les météorologues font donc appel à la simulation numérique utilisant les ordinateurs les plus puissants et les schémas numériques les plus sophistiqués.

Des prévisions chaotiques ?

La simulation utilise les conditions initiales recueillies par les stations météorologiques.
Le météorologue **Edward Lorenz** a mis en évidence que les systèmes météorologiques sont chaotiques : une très petite erreur dans la mesure des conditions initiales peut engendrer une très grande erreur dans la prévision météorologique. Il ne faut donc pas être surpris que certaines prévisions soient fausses en régime turbulent, même peu d'heures à l'avance.



odeling & meshing
the Earth's atmosphere
Météo France



renz attractor
J.Leys - www.chaos-math.org

Stormy evening © L.Tit-Fotolia.com

La Tremblade - 1999 hurricane © Samuel ROUX

Tornades et ouragans

7/1

Faites tourner le globe lentement puis stoppez le.

Observez les mouvements du fluide à la surface du liquide.

Que retenir ?

La force de Coriolis dévie les masses d'air et d'eau en mouvement à la surface du globe terrestre. Elle agit notamment sur le sens de rotation du vent dans les dépressions (dans un sens dans l'hémisphère nord, dans l'autre dans l'hémisphère sud, comme on peut le voir sur le panneau). Elle agit aussi sur le sens de déplacement des alizés, vents des régions intertropicales.

Quand deux masses d'air, l'une chaude au niveau de la mer (ou au sol) et qui monte, l'autre froide en altitude et qui descend, sont en contact, un courant ascendant se forme et la force de Coriolis le met en rotation. Elle provoque des tourbillons allant de quelques mètres (les trombes) à plusieurs centaines de km (les cyclones).
Ce qui explique la violence des cyclones qui génèrent des vents de 100 à plus de 200 km/h et des marées de tempête pouvant aller jusqu'à 5 m.

idée & réalisation : Centre•Sciences

To see also on **imaginary.org/hands-on/where-are-you**

Un pendule chaotique

7/2

Lancez le pendule et essayez de deviner au-dessus de quel aimant il va s'arrêter.

Recommencez l'expérience pour qu'il arrive sur le même aimant.

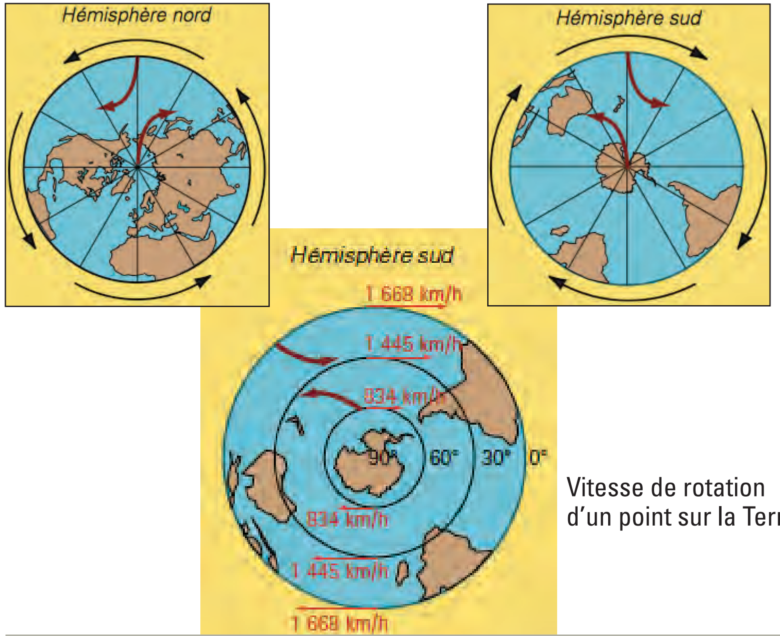
Que retenir ?

Si le pendule part d'un point bleu, il s'arrêtera finalement au-dessus de l'aimant bleu. Mais au voisinage des lignes frontières, le moindre petit écart modifiera complètement la trajectoire du pendule. Le système est dit chaotique.

Le célèbre effet papillon : le vol d'un papillon au Brésil pourrait causer une tornade au Texas quelques semaines plus tard, est une métaphore introduite par Edward Lorenz en 1963 pour illustrer le fait que les systèmes météorologiques sont chaotiques. Lorsqu'on simule ces systèmes, l'écart entre le modèle et le système réel s'amplifie de manière exponentielle avec le temps, si bien que toute prévision devient impossible au-delà de 14 jours.
En régime météorologique perturbé, les météorologues peuvent se tromper dans leurs prévisions à quelques heures.

idée & réalisation : Centre•Sciences & Tryame

To see also on **nylander.wordpress.com/2007/10/27/magnetic-pendulum-strange-attractor/**



Vitesse de rotation d'un point sur la Terre

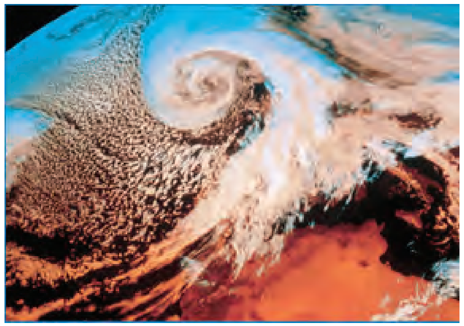
Pour en savoir plus 7/1 La force de Coriolis

« Rien n'indique que Gaspard-Gustave de Coriolis ait jamais mis le pied sur un bateau ni qu'il se soit jamais intéressé à la mer. Mais le fait est là : pour des siècles et des siècles, Coriolis a expliqué l'influence de la rotation de la Terre sur le parcours des vents et des courants.»
Erik Orsenna : Portait du Gulf Stream, Seuil 2005

G.G. Coriolis (1792-1843), polytechnicien, théoricien de la mécanique appliquée, a décrit mathématiquement les conséquences de la rotation de la Terre sur les corps en mouvement.

La force de Coriolis agit perpendiculairement à la direction du mouvement d'un corps en déplacement dans un milieu lui-même en rotation uniforme, tel que la Terre. Elle n'est pas une force au sens strict, soit l'action d'un corps sur un autre, mais plutôt une force fictive. Elle ressort naturellement des mathématiques lorsque nous décrivons les équations du mouvement en un point fixe de la planète Terre qui tourne sur elle-même une fois par 24 heures.
Tout dépend du point de vue auquel on se place !
La trajectoire d'un ballon lancé du bord d'un manège vers son centre suit une ligne parfaitement droite pour un observateur extérieur au manège. Mais un observateur se trouvant sur le manège perçoit une trajectoire courbée. Lequel des deux observateurs a raison ? En fait, ils ont tous deux raison car leur perception de la trajectoire du ballon dépend uniquement de leurs cadres de référence respectifs.

=> lire la suite de l'article sur http://accromath.uqam.ca/accro/wp-content/uploads/2013/04/Coriolis.pdf
=> www.maths-et-physique.net/article-these-de-doctorat-sur-coriolis-86220133.html
=> s.bourdreux.free.fr/sciences/a%20travailler/coriolis.htm



Pour en savoir plus 7/2 Météo chaotique

Qu'il s'agisse de la naissance et de la trajectoire d'une tempête, de la structure géométrique d'un nuage et de son rôle dans l'absorption des rayonnements solaires et telluriques, de l'assimilation optimale des mesures hétérogènes et dispersées (stations météo, satellites, avions, bateaux…) dans un modèle numérique du temps… : la modélisation mathématique est omniprésente dans la météorologie moderne. Elle sert à comprendre les mécanismes, à analyser et à prévoir au mieux le temps et le climat.

L'effet papillon

En 1963, le météorologiste E. Lorenz étudie le mouvement de l'atmosphère. Mathématiquement, le problème est extrêmement compliqué. Lorenz simplifie à l'extrême et ramène le problème à une « toute petite équation » qui ne met en jeu que trois dimensions. Avantage : l'évolution de l'atmosphère peut maintenant se décrire par un mouvement dans l'espace usuel, de dimension 3, qu'on peut donc dessiner. Lorenz voit apparaître un très bel objet : **l'attracteur de Lorenz**.
Ce petit modèle est chaotique : les trajectoires, même si elles sont déterministes, semblent se déplacer de manière totalement imprévisible. Ceci est devenu le symbole de la théorie du chaos : « le battement des ailes d'un papillon au Brésil peut-il provoquer un ouragan au Texas ? ».

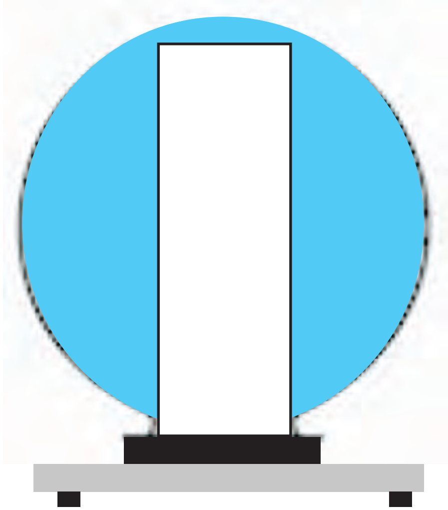

Attracteur de Lorenz

mots clés : **Chaos détermiste - Lorenz - Pendule magnétique - Attracteur de Lorenz**

=> www.chaos-math.org/fr/chaos-vii-attracteurs-étranges

Pour refaire les manipes

7/1 Tornades et ouragans

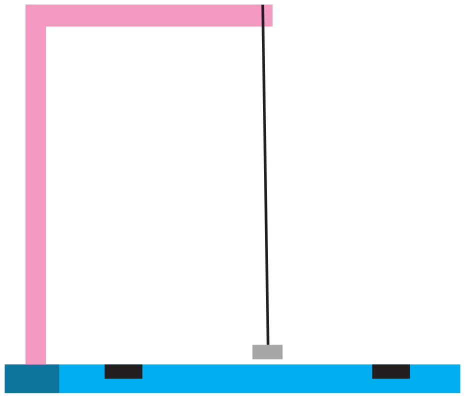


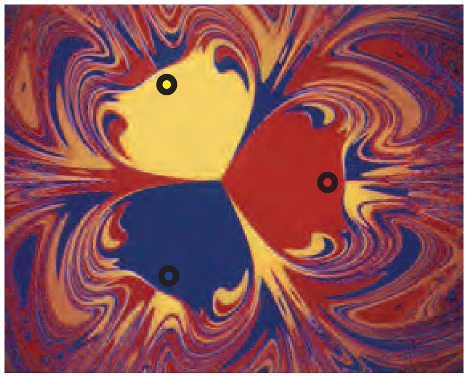
- Un **3/4 de globe** en polycarbonate qui servira de réservoir D : 250mm
- Fabrication d'**un plateau rotatif** en zinc (de potier)
- Insertion d'**un cylindre** plexi (Ø maximum - hauteur 200 mm) à l'intérieur du globe
- Bride en pvc avec membrane d'étanchéité en silicone.
- Préparation du liquide : eau teintée en bleu et 5% de fluide rhéoscopique*
- Remplissage complet du globe par ce liquide
- Fixation du cylindre puis du globe sur le plateau par vis et joint torique

*par exemple Kalliroscope => www.wardsci.com/store/

7/2 Pendule chaotique

- **Un plateau** 45x55 cm, hauteur 4-5 cm
- Photocopie plastifiée ou sous plexiglass de l'**attracteur étrange** du pendule chaotique
- **3 aimants toriques** fixés sur ou sous le plateau comme indiqué
- **Une potence** en jonc PVC, Ø 4 cm fixé en un coin du plateau. H = 40 cm
- **Une corde à piano** solidement fixée en haut de la potence
  et lestée d'**un aimant** à 1 cm du plateau





A faire vous-même

7/1 La force de Coriolis

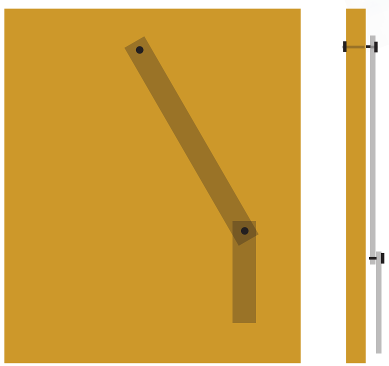
• Observez, **sur photos ou vidéos**, le sens de rotation des typhons et ouragans dans les hémisphère Nord et Sud et, aux informations météorologiques, celui des masses nuageuses qui arrivent sur le pays.

• A faire à 4 mains : faites tourner **un disque de papier** autour de son centre, sous une règle fixe. Placez une pointe feutre sur le disque et avancez-la le long de la règle. Observez les courbes.

• Chez soi, avec **un plateau tournant** (tourne-disque, plateau à fromages...) avec une bille ou, dehors, sur un jeu tournant de jardin public avec un ballon, lancez la bille ou le ballon d'un bord à l'autre. Observez sa trajectoire.

• Observez le sens d'écoulement de **l'eau dans un évier** ou un lavabo. Trouvez-en un autre où le sens de rotation est différent ! Contrairement à ce que l'on croit, ce sens ne dépend pas de l'hémisphère où l'on se trouve ! La force de Coriolis a une intensité négligeable par rapport aux irrégularités du récipient.

mots clés : **Coriolis for kids - attraction terrestre - pendule de Foucault**
=> planet-terre.ens-lyon.fr/article/force-de-coriolis.xml
=> www.education.com/science-fair/article/earth-science_the-coriolis-effect/



7/2 Expériences chaotiques

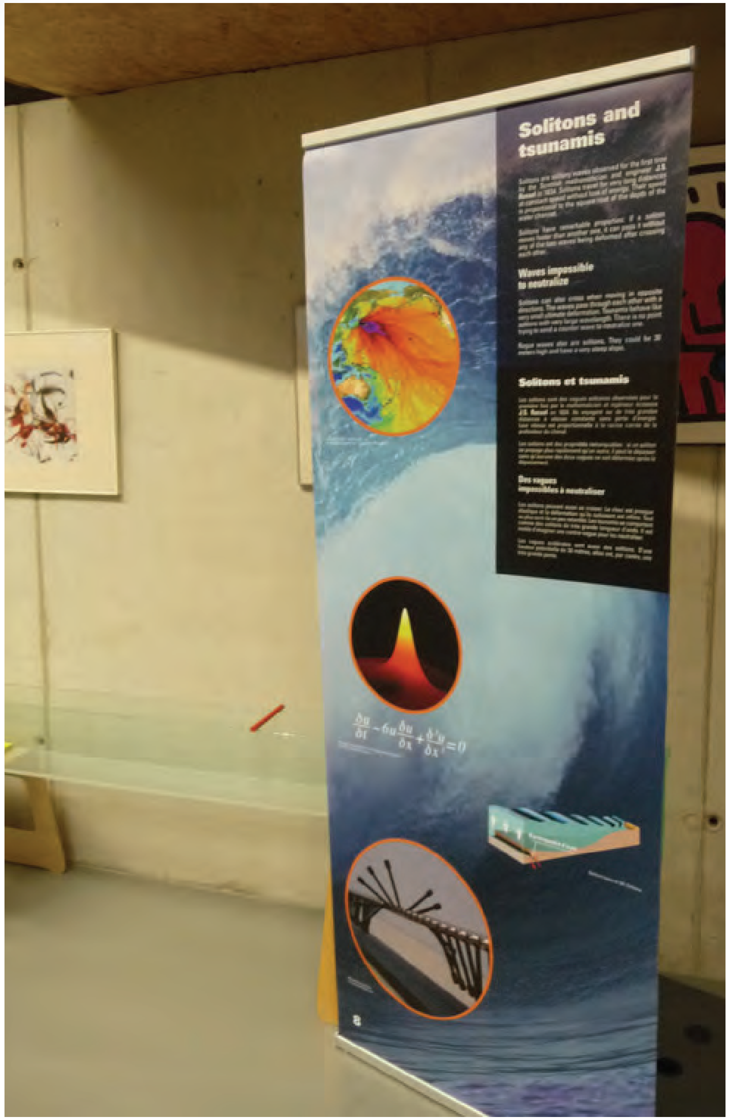
• **Une feuille de papier** marquée d'une grande croix : portez-la à bout de bras et laisser-la tomber.
Notez la face apparente et l'endroit où elle est tombée.
Recommencez l'expérience et essayez d'obtenir les mêmes résultats !

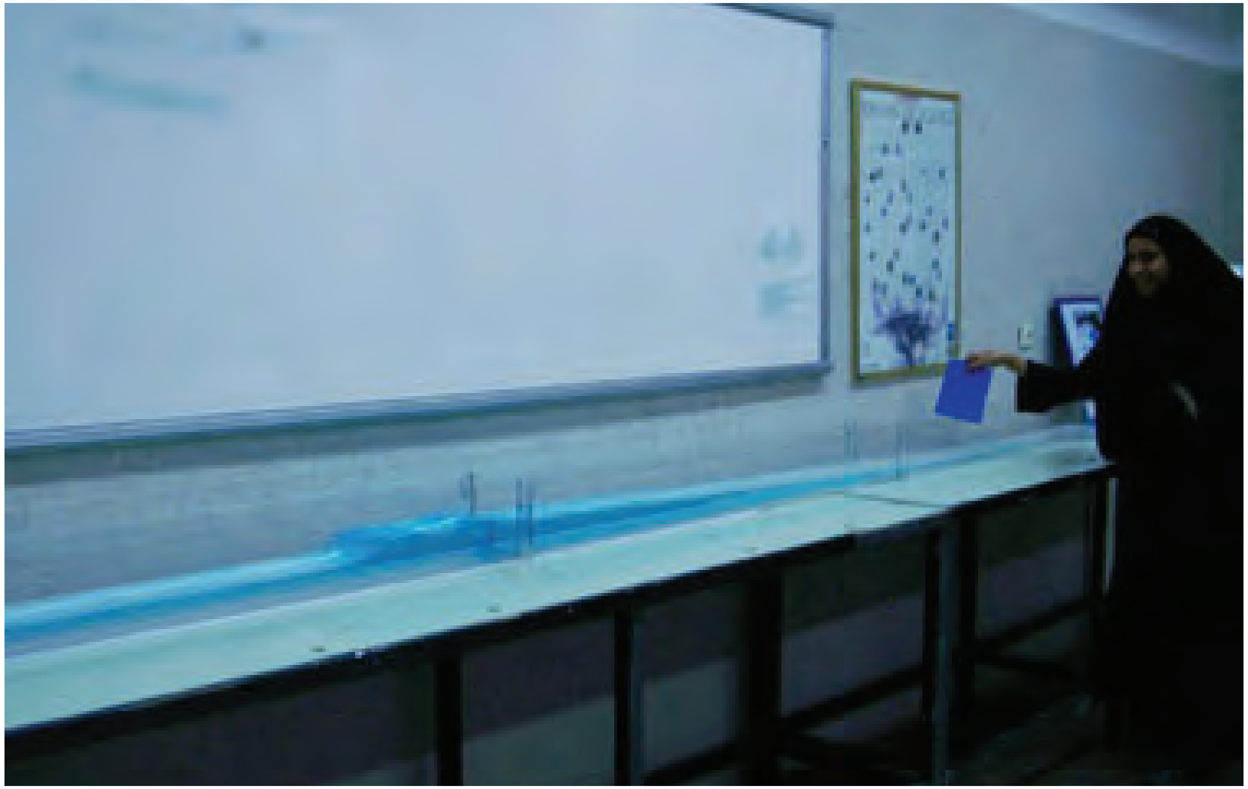
• **Un ballon de baudruche**. Gonflez-le et lachez-le. Notez l'endroit où il est tombé.
Recommencez l'expérience et essayez d'obtenir le même résultat !

• Vous pouvez construire **un double pendule** avec deux barres de métal de 15 et 5 cm reliées par une vis comme indiqué. Placez le pendule sur une planche et faites basculer le pendule un peu, un peu plus, encore un peu ...

• **Une calcutrice**, éventuellement programmablee pour faire le caulcul suivant :
Choisissez 2 nombres non entiers voisins, multipliez-les par 2 ; prenez dans le résultat le chiffre des unités et la partie décimale. Répétez l'opération sur ces nombres. Et recommencez l'opération plusieurs fois.
Par exemple, avec 0,4 vous obtenez : 0,4 => 0,8 => 1,6 => 3,2 => 6,4 => 2,8 => 5,6 => 1,2 => **2,4** ...
mais avec 0,41 vous obtenez : 0,41 => 0,82 => 1,64 => 3,28 => 6,56 => 3,12 => 6,24 => 2,48 => **4,96** ...

Ces résultats illustrent, de façon simplifiée, les calculs que fit E. Lorenz pour s'apercevoir que des conditions initiales très voisines pouvaient conduire à des résultats très différents.


Solitons and tsunamis



8 Solitons et tsunamis

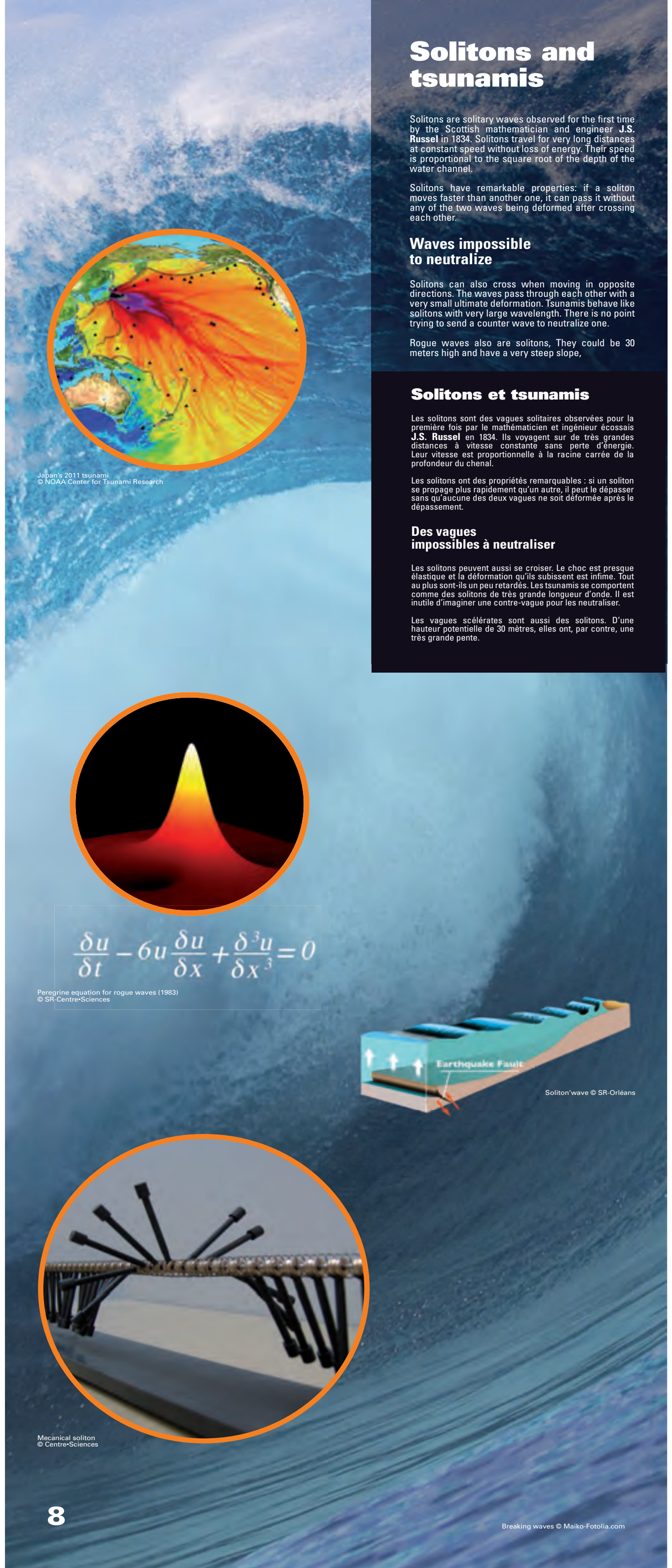
Les solitons sont des vagues solitaires observées pour la première fois par le mathématicien et ingénieur écossais **J.-S. Russel** en 1834. Ils voyagent sur de très grandes distances à vitesse constante sans perte d'énergie. Leur vitesse est proportionnelle à la racine carrée de la profondeur du chenal.

Les solitons ont des propriétés remarquables : si un soliton se propage plus rapidement qu'un autre, il peut le dépasser sans qu'aucune des deux vagues ne soit déformée après le dépassement.

Des vagues impossibles à neutraliser

Les solitons peuvent aussi se croiser. Le choc est presque élastique et la déformation qu'ils subissent est infime. Tout au plus sont-ils un peu retardés. Les tsunamis se comportent comme des solitons de très grande longueur d'onde. Il est inutile d'imaginer une contre-vague pour les neutraliser.

Les vagues scélérates sont aussi des solitons. D'une hauteur potentielle de 30 mètres, elles ont par contre une très grande pente.



Faites un tsunami 8

Avec la plaque, lancez une vague brève et forte.
Observez sa propagation le long du canal.

Lancez une seconde vague juste après
et observez leur forme
lorsqu'elles se croisent ou se doublent.

Que retenir ?

Les tsunamis peuvent avoir 5 à 7 crêtes espacées d'une quinzaine de minutes. D'une masse et d'une énergie énorme, ils voyagent sur de grandes distances en conservant leur énergie.

La modélisation mathématique permet d'améliorer la prévention contre les tsunamis : en modélisant sa propagation dans les océans, en calculant sa vitesse selon la profondeur moyenne de l'océan, elle permet de prévoir le moment où il touchera terre, de simuler son impact sur les régions côtières et concevoir des plans d'urgence.

Le tsunami causé par le tremblement de terre de Sumatra en 2004 a voyagé à environ 360 km/h du coté Est et 720 km/h du coté Ouest parce que l'océan est presque 4 fois plus profond du coté Ouest.

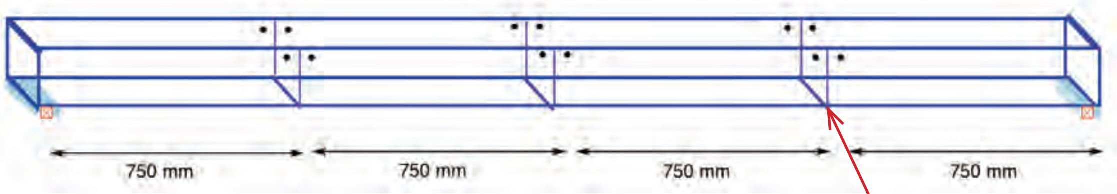
sur idée de Noureddine Mohammedi (Université de Tours)
réalisation : Centre•Sciences

To see also on => imaginary.org/hands-on/solitons-and-tsunamis

Pour refaire la manipe

8/ Faire un tsunami

- **une cuve en plexi** plié (épaisseur 10 mm) de 3 m de longueur faite de 4 morceaux de 75 cm. Section intérieure : 15x15x15 cm



- **3 U en plexi** d'épaisseur 5 mm avec avec 2 joints d'étanchéité à visser au plus près sur la cuve
- **un joint de silicone** à l'extérieur ou à l'intérieur des liaisons
- **5 tabourets** supports ou **4 tables** rectangulaires pour poser le tout
- remplir la cuve de **5 cm d'eau** en hauteur (teintée en bleu si possible)
- **une pallette** pour lancer les vagues

Pour en savoir plus

8/ Solitons et tsunamis

Un soliton est une onde solitaire qui se propage sur une longue distance, sans se déformer, dans tout milieu non-linéaire et dispersif, par exemple l'eau. Les tsunamis et les vagues scélérates en sont des manifestations spectaculaires.

Dans les deux cas, la masse d'eau possède une énergie localisée dans l'espace qui se révèle extrêmement stable en présence de perturbations. C'est ainsi que les effets du tsunami qui a submergé l'Asie du Sud-est en 2004 ont été ressentis jusque sur les côtes africaines. Au-delà de l'étude des tsunamis, la physique du soliton est une branche en pleine essor. Découverts pour la première fois durant la première moitié du XIXe siècle, ils ont depuis été identifiés dans de nombreux phénomènes physiques, des fibres optiques à la mécanique quantique.

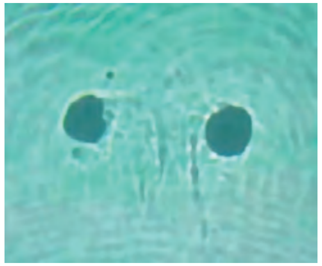
Depuis le début des années 2000, plusieurs travaux ont démontré son intérêt dans le domaine des télécommunications : le soliton ayant la particularité de ne pas se déformer, l'information qu'il transporte est conservée intacte sur de longues distances et dans les deux sens.

• **pour aller plus loin :**

=> www.math.univ-paris13.fr/~audusse/tsunamaths.pdf

A faire vous-même

8/ Solitons et tsunamis



Vous pouvez :

• **refaire l'expérience** en réalisant un grand canal de 3 à 4 m de longueur
- avec des *planches en bois* clouées ou vissées, sans oublier les plaques aux extrémités, et en plaçant à l'intérieur *un film en plastique* pour rendre le canal étanche
- ou avec *des gouttières en PVC* mises bous à bout, avec liaisons et embouts

• **simuler des tsunamis historiques**

=> ange.raoufhamouda.com/tsunami/en_math1.htm

• **former des solitons dans une piscine** en poussant *une assiette* plongée verticalement dans l'eau à mi-hauteur. Vous pourrez aussi y voir se former 2 vortex opposés.

=> www.youtube.com/watch?v=909o_kbCdFg

9 - Interactifs sur ordinateur

9/1 The Sphere of the Earth

This presentation explores the science of cartography and the geometry of the sphere. The geometric properties of the sphere and the plane are essentially different, and no map can faithfully represent the Earth without distortion.

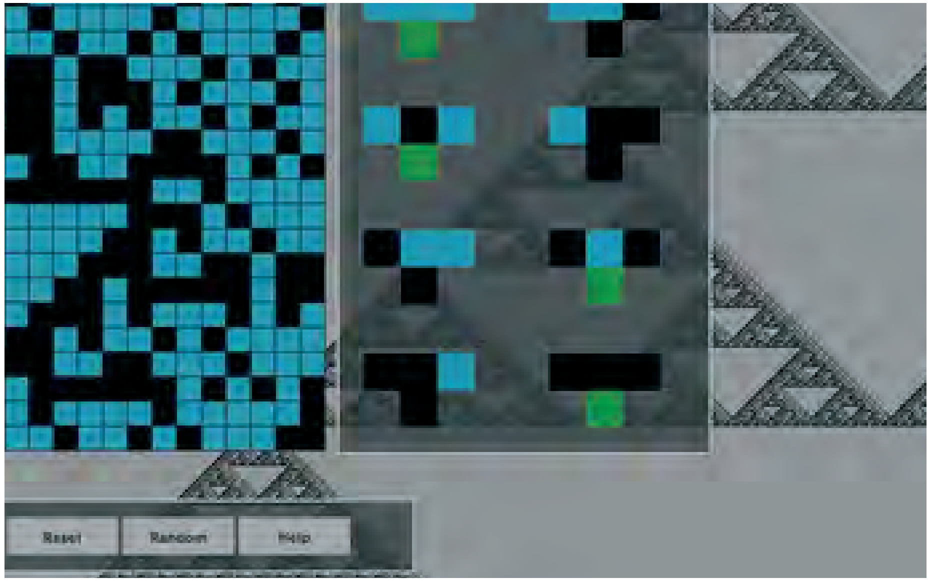
This module goes through some of these properties, comparing different map projections and trying to get a feeling of what "distortion" means and why is there such impossibility for a "perfect map".

This exhibit was awarded the first prize in the "Mathematics of Planet Earth 2013" competition.

It has been developed by Daniel Ramos, MMACA (Museu de Matemàtiques de Catalunya). «An Album of Map Projections», 1989, John P. Snyder & Philip Voxland.

To download => imaginary.org/program/the-sphere-of-the-earth

9/2 Five MPE Experiences



Five different "experiences" related to Mathematics of Planet Earth (MPE): Cartography, Dynamical system, Wator, Temperature and Cellular automata.

Cartography: This animation shows different ways to project planet Earth on a map. You can trace your own route on the map and see how it looks on the globe. Try to trace the same route with different maps. You can also study two special routes on the globe: the geodesics and the loxodromes.
Dynamical System: This animation is about the Lotka-Volterra equations; a pair of first-order non-linear differential equations used to describe the evolution of a biological system. That seems difficult. You will set an initial datum and see its evolution.
Water: This animation is about a simulation of a world in which two species of animals live: fishes and sharks. You can choose the number of animals you have at the initial time and the rules they will follow to survive.
Temperatures: This animation is about the use of basic statistical analysis. First of all, take a look at the data using "View data", and try to describe the temperature trend. It is not an easy thing to do, as you can change the scale and the starting point.
Automata: This interactive animation can be used to study a linear cellular automaton. You can set the rules and choose the initial data. You will see on the screen the evolution of the automata. You can try to understand how the evolution changes if you change the rules. You will notice that little change in the initial data will give rise to big differences in the evolution.

This program was developed by a team from Italy: A. Cattaneo, F. Francesco Favale, R. Moschetti.

To download => imaginary.org/program/five-mpe-experiences

Interactifs sur ordinateur

9/3 Dune Ash

Dune Ash is an interactive simulation of a volcano eruption in Europe. You can place a volcano, add a wind field and explore the ash cloud dispersing in time.

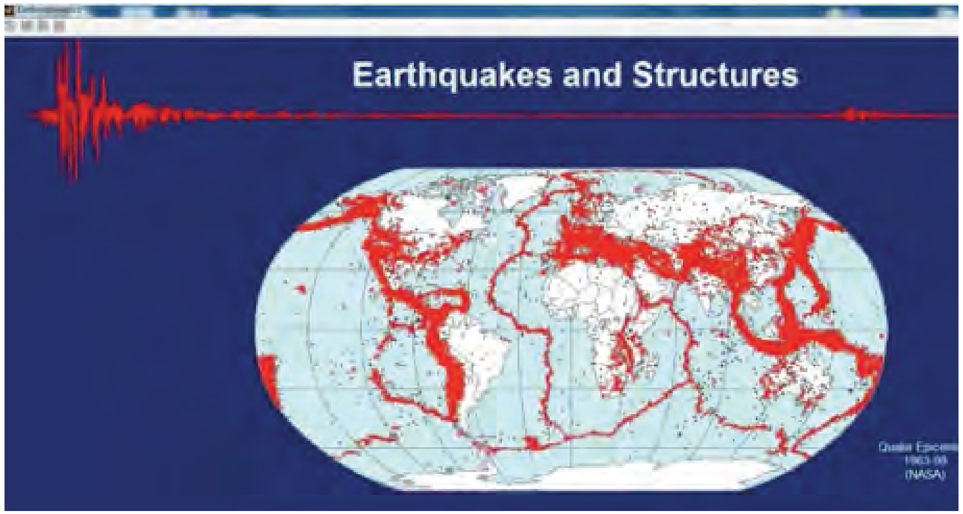
This application computes an approximate solution to the dispersion of volcano ash over Europe after an eruption. Input data are set interactively and results are computed instantaneously.

Numerical simulations are used in geophysical applications like weather forecast or in predicting the propagation of pollutants in the atmosphere. Mathematical models that describe these phenomena are usually expressed in terms of Partial Differential Equations (PDEs). Computing solutions to systems of PDEs is a challenging task.

This program has been developed mainly at the department of applied mathematics at the University of Freiburg and submitted by Tobias Malkmus.

To download => imaginary.org/program/the-sphere-of-the-earth

9/4 Earthquakes and Structures



Every year several earthquakes occur on planet Earth with severe loss of human lives. During an earthquake most of us already experienced the vibrations at the Earth's surface due to the propagation of the seismic waves along the crust. The main question we intend to answer with this project is: How do the seismic vibrations affect the civil engineering structures like bridges, dams or buildings?

Mathematics is the key to deeply understand the structural dynamic response of structures to seismic base vibrations. The physics of the problem is described mathematically by a differential equation that can be solved for any structure using numerical methods. In the solution of these problems some fundamental numbers arise: they are named natural frequencies and they are intrinsic to each structure (like "finger prints").

This program has been developed for the Competition «MPE2013» by a team from Portugal.

To download => imaginary.org/program/earthquakes-and-structures

And still some other programs to be found on => imaginary.org/programs

10 - Films

10/1 The future of glaciers

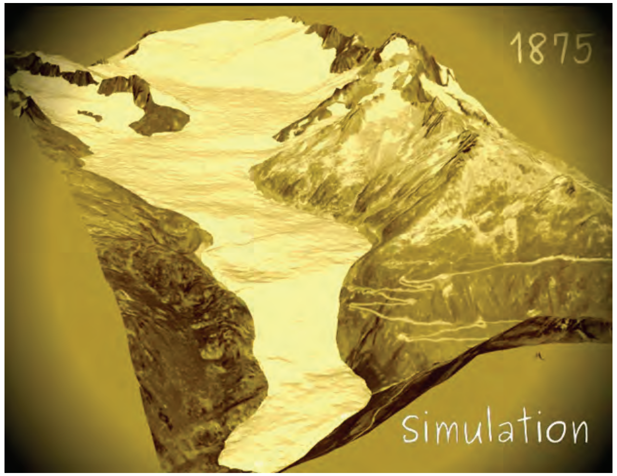
Alpine glaciers have been shrinking for more than one century. This trend is expected to continue if the global warming progresses. This film shows how mathematicians and glaciologists work together to produce realistic estimates of the future evolution of glaciers.

The mathematician calculates the movement of ice using complex equations, which can only be approximated by computer simulations. On the other hand, the glaciologist uses precipitation and temperature data in order to calculate the accumulation and melting of ice. Using all information available, that of the mathematician and the glaciologist, a method for simulating the evolution of glaciers over time is constructed.

This exhibit won the third prize of the competition MPE 2013

Authors: Guillaume Jouvet, Chantal Landry & Antonia Mey - Department of Mathematics and Computer Science, Freie Universität Berlin.

To download => imaginary.org/film/the-future-of-glaciers



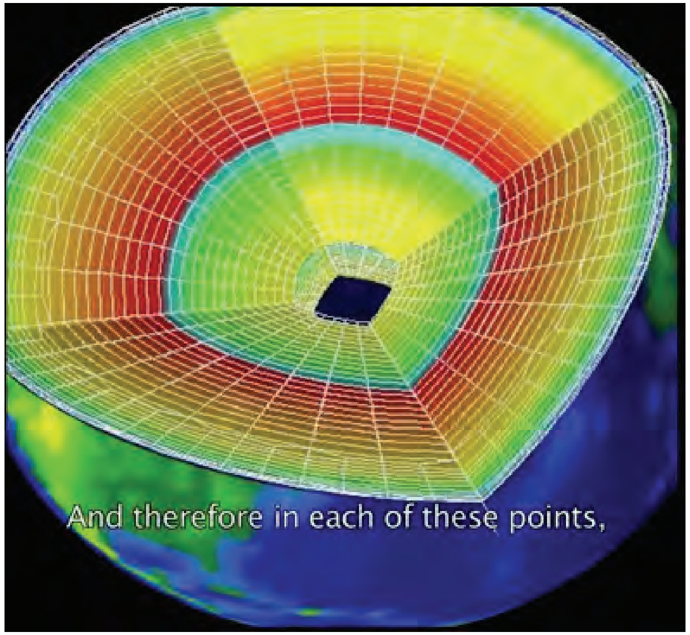
10/2 Probing the invisible

One of the main goals of wave propagation numerical modeling is to describe some earthquake phenomena as close as possible.

The role of numerical wave propagation simulations is not to predict when and where there will be an earthquake, but to determine the strength and the trajectory of the seismic waves, depending on where the earthquake occur. It is important to know the less exposed areas, in order to plan the locations of new buildings.

Similarly, it is crucial for the authorities to know where to house the victims of an earthquake to protect them from aftershocks.

Presented by Inria and Interstices. Scientific Author: Julien Diaz & Roland Martin
Film Director: Arnaud Langlois



To download => imaginary.org/film/probing-the-invisible-from-the-earthquake-to-the-model

10/3 Sundials

Relationship between mathematics and astronomy goes back in time. An analysis, though superficial, of a few episodes in the history of Mathematics shows how this science is actually fundamental to the progress of the different branches of knowledge.

Greek astronomers, using elementary geometry, were able to determine the dimensions of the radii of the Earth, the Moon and the Sun and the measurement of time also worried the sages of antiquity. Questions like “What causes the variation in the direction of the object shadows during the day?” and “How can we take advantage of the variation in the direction of the shadows to measure time?” were certainly present in the invention of the sundial. With the advent of mechanical clocks, the question “What is the relationship between the hours indicated by a sundial and by a mechanical clock at the same location?” rose naturally.

The aim of this film is to explain how these questions have been answered over time.

Authors: Suzana Nápoles (Univ. de Lisboa), Margarida Oliveira (Agrupamento de Escolas Piscinas Lisboa)

To download => imaginary.org/film/sundials

10/4 Bottles and Oceanography

Beneath the sea surface, there exists a vast network of ocean currents, which, like gigantic conveyor belts, transport huge water volumes. Although the real map of these currents is extremely complex, a couple of simple physical processes explain most of the large scale features.

We will look at the basic process leading to the displacement of huge water volumes. This process relies on the density difference between water masses. Computer experiments can help to grasp the concept, but we will see that a simple experiment can help too, which you can do at home with plastic bottles, straws and fruit syrup…

Authors: Antoine Rousseau, Maëlle Nodet & Sebastian Minjeaud. Film Director: P-O Gaumin. Inria and Interstices.

To download => imaginary.org/film/bottles-and-oceanography

And still some other films to be found on => imaginary.org/films

Bibliographie

Accromαth

En liaison avec l**es Mathématiques de la Planète Terre**, de nombreux articles sont parus dans cette publication semi-annuelle produite par l'Institut des sciences mathématiques et le Centre de recherches mathématiques du Québec.
En particulier le Volume 8.1 – hiver-printemps 2013 et le Volume 8.2 – été-hiver 2013.
En plus des articles cités en liaison avec les manipes précédentes, vous y trouverez :

dans le Volume 8.1

- Les mathématiques pour éradiquer une maladie
- Des prédateurs et leurs proies - Vito Volterra
- L'Univers est-il plat ?
- Propagation et contrôle du VIH : un modèle mathématique

dans le Volume 8.2

- L'évolution des glaciers, modélisation et prédiction
- Comment mettre un pied devant l'autre? Élémentaire... c'est symétrique!
- Des mathématiciens à la rescousse des lagunes méditerranéennes
- L-systèmes: les équations des plantes

et bien d'autres articles dans les numéros précédents et suivants. Consultez les sommaires dans **accromath.uqam.ca/archives/**

Et aussi :

- **BREVES de MATHS,** réalisé à l'initiative de l'Institut des sciences mathématiques (CNRS)
  Le site web : => www.breves-de-maths.fr/
  Le livre reprend une sélection des contributions du projet « Un jour, une brève » réalisé en 2013
  sous forme de blog dans le cadre du thème « Mathématiques de la planète Terre ».
  Il est publié par les Editions du nouveau monde - Paris - 2014 - 14,90 Euros => www.breves-de-maths.fr/breves-de-maths-le-livre/

- **Catalogue de l'exposition «Experiencing Mathematics» - Centre•Sciences - Orléans - 2005**

- **Images des maths**, publication du CNRS, publie régulièrement des articles sur le thème,
  à consulter sur => images.math.cnrs.fr/+-Mathematiques-de-la-planete-Terre-69-+.html

- **Mathematics of Planet Earth,** proceedings of the 15th Annual Conference of the International Association for Mathematical Geosciences
  eBook ot Pdf, ePub publicated by Spinger (2014) - 250 Euros => www.springer.com/gp/book/9783642324079

UNESCO

IMU

Centre Sciences
CCSTI
de la région Centre

ADECUM

Mathematisches
Forschungsinstitut
Oberwolfach